



Universidade do Minho
Instituto de Educação

Paula Cristina Cunha Cardeal Moraes

**Construção, leitura e interpretação de
gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano
de escolaridade**

Dezembro de 2010



Universidade do Minho
Instituto de Educação

Paula Cristina Cunha Cardeal Morais

**Construção, leitura e interpretação de
gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano
de escolaridade**

Dissertação de Mestrado
Mestrado em Ciências da Educação
Área de Especialização em Supervisão Pedagógica
na Educação Matemática

Trabalho Realizado sob a orientação do
Doutor José António Fernandes

Dezembro de 2010

DECLARAÇÃO

Nome: Paula Cristina Cunha Cardeal Moraes

Endereço electrónico: paulacccmoraes@gmail.com

Número do Bilhete de Identidade: 6944487

Título da dissertação: Construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade

Orientador: Doutor José António Fernandes

Designação do Mestrado: Mestrado em Ciências da Educação, Área de Especialização em Supervisão Pedagógica na Educação Matemática

É autorizada a reprodução integral desta tese apenas para efeitos de investigação, mediante declaração escrita do interessado, que a tal se compromete.

Universidade do Minho, 20 de Dezembro de 2010

Assinatura: _____

(Paula Cristina Cunha Cardeal Moraes)

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Doutor José António Fernandes, pela disponibilidade, pelo incentivo, pelo posicionamento crítico, pelas sugestões e pela compreensão que me concedeu ao longo da concretização deste estudo.

Aos alunos, à Direcção da Escola e aos colegas que disponibilizaram as aulas, agradeço o contributo prestado para a realização deste trabalho e a disponibilidade demonstrada.

A todos os colegas e amigos que me apoiaram.

Às minhas filhas, Ana, Sara e Inês, e ao meu marido, pelos momentos privados da minha presença e paciência concedida.

Aos meus pais, que amo.

À minha avó, que estará sempre presente no meu coração.

CONSTRUÇÃO, LEITURA E INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS ESTATÍSTICOS POR ALUNOS DO 9.º ANO DE ESCOLARIDADE

Paula Cristina Cunha Cardeal Moraes

Mestrado em Ciências da Educação, Área de Especialização em Supervisão Pedagógica na
Educação Matemática
Universidade do Minho, 2010

RESUMO

Este estudo teve como principal objectivo descrever, compreender e comparar a realização de alunos do 9.º ano de escolaridade na resolução de tarefas sobre a construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos. Nesse sentido, estabeleceram-se as seguintes questões de investigação: (1) Na representação de dados estatísticos, que tipo de gráficos constroem os alunos? Qual a sua adequação às situações propostas? Que erros e dificuldades revelam?; (2) Na leitura e interpretação dos gráficos estatísticos, que nível de conclusões extraem os alunos desses gráficos? Que erros e dificuldades revelam?; (3) Verifica-se alguma influência entre o nível de desempenho a Matemática e a construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos?

Para dar resposta a estas questões, adoptou-se uma metodologia fundamentalmente quantitativa, com carácter descritivo e comparativo. Participaram no estudo 108 alunos do 9.º ano de escolaridade, de uma escola básica e secundária do distrito de Braga, a quem foi aplicado um teste. O teste, que constituiu o instrumento de recolha de dados, é constituído por três partes: a primeira parte destina-se à obtenção de dados pessoais; a segunda parte inclui três questões sobre concepções dos alunos de Estatística e gráficos seus conhecidos; e a terceira parte incluiu cinco tarefas, com várias questões, sobre a construção e a leitura e interpretação de gráficos estatísticos. As tarefas relacionadas com a leitura e interpretação de gráficos foram construídas com base nos níveis de compreensão de Curcio (1989).

Em termos de resultados obtidos, verificou-se que os alunos apresentaram algumas dificuldades e erros na construção de gráficos estatísticos, designadamente no que se refere à escolha do gráfico adequado à situação apresentada nas tarefas e em relação aos elementos considerados essenciais na sua construção. Relativamente à leitura e interpretação de gráficos estatísticos, tendo por referência os níveis de compreensão de Curcio (1989), constatou-se que a grande maioria dos alunos se situou no nível 1 e apenas cerca de um terço dos alunos se situaram nos níveis 2 e 3. Finalmente, verificou-se que ao melhor desempenho dos alunos em Matemática correspondeu uma melhor realização ao nível da construção, da leitura e interpretação de gráficos e da globalidade do teste, obtendo-se em todos os casos diferenças estatisticamente significativas. Observou-se ainda uma tendência moderada de aumento de desempenho na construção de gráficos com o desempenho na leitura e interpretação de gráficos.

CONSTRUCTION, READING AND INTERPRETATION OF STATISTICAL GRAPHS BY 9TH GRADE STUDENTS

Paula Cristina Cunha Cardeal Moraes
Master of Arts, Supervision in Mathematics Education
Minho University, 2010

ABSTRACT

The main aim of this study was to describe, understand and compare the performance of 9th grade students in solving tasks on the construction, reading and interpretation of statistical graphs. Therefore, the following research questions were set: (1) In the representation of statistical data, what type of graphics do students build? What is the adjustment to the proposed situations? What errors and problems do they show?; (2) In the reading and interpretation of statistical graphs, what level of conclusions do the students draw from these charts? What errors and problems do they show?; (3) Is there any influence between the level of mathematics performance and construction, reading and interpretation of statistical graphs?

To answer to these questions, a main quantitative methodology with a comparative and descriptive imprint was adopted. This study involved 108 9th grade students of a secondary school in the district of Braga. They were given a written test, the tool of data collection, which consists of three parts: the first part intends to get personal data, the second part includes three questions about the pupils' conception of statistics and graphs they know; and the third part includes five tasks with several questions about the construction, reading and interpretation of statistical graphs. The tasks related to reading and interpreting graphs were based on the Curcio's (1989) levels of understanding.

As far as the results are concerned, it was found that students had some difficulties and made mistakes in the construction of statistical graphs, specially in the choice of appropriate graphic to the situation presented in the tasks and the main elements in its construction.

Concerning the reading and interpretation of statistical graphs and bearing in mind Curcio's (1989) levels of understanding, it was found that the vast majority of students were at level 1 and only about a third of the students were at level 2 and 3. Finally, it was found that a better student performance in mathematics corresponded to a better achievement at the level of graphs' construction, reading and interpretation and of the whole test, obtaining in all cases significant differences statistically. We also noted a moderate tendency of increasing performance in the construction of graphs along with the performance in the reading and interpretation of graphs.

ÍNDICE

DECLARAÇÃO.....	ii
AGRADECIMENTOS	iii
RESUMO	v
ABSTRACT.....	vi
ÍNDICE DE TABELAS.....	x
ÍNDICE DE QUADROS	xii
ÍNDICE DE FIGURAS	xiii
CAPÍTULO 1– INTRODUÇÃO	1
1.1. Problema e questões de investigação	1
1.2. Relevância do estudo	3
1.3. Organização da dissertação	5
CAPÍTULO 2 – REVISÃO DE LITERATURA.....	7
2.1. A Estatística no currículo da Matemática	7
2.2. O ensino e a aprendizagem da Estatística	17
2.3. Construção, leitura e interpretação de gráficos	25
2.3.1. Construção de gráficos	29
2.3.2. Leitura e interpretação de gráficos	38
CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA.....	53
3.1. Opções metodológicas.....	53
3.2. Caracterização dos participantes e do contexto de estudo	55
3.3. Método de recolha de dados.....	57
3.3.1. Construção e validação do teste	57
3.3.2. Administração do teste	60
3.4. Análise e tratamento de dados	61
CAPÍTULO 4 – APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS	67
4.1. Concepções sobre Estatística, tipos de gráficos e sua utilidade.....	67
Questão 1	67
Questão 2	70
Questão 3	71

4.2. Construção, leitura e interpretação de gráficos	71
4.2.1. Tarefa 1: As idades dos alunos de uma turma do 9.º ano	72
Análise geral das repostas e estratégias	75
Questão 1a)	76
Questão 1b)	82
4.2.2. Tarefa 2: Tempo médio de vida de alguns animais	92
Análise geral das repostas e estratégias	94
4.2.3. Tarefa 3: Principais países produtores de arroz	100
Análise geral das respostas e estratégias	101
Questão 3a)	102
Questão 3b)	103
Questão 3c)	105
4.2.4. Tarefa 4: Automóveis vendidos em 2008	109
Análise geral das respostas e estratégias	111
Questão 4a)	111
Questão 4b)	112
Questão 4c)	114
Questão 4d)	117
4.2.5. Tarefa 5: Esperança de vida	119
Análise geral das respostas e estratégias	120
Questão 5a)	121
Questão 5b)	122
Questão 5c)	124
4.3. Análise da influência do desempenho dos alunos a Matemática na construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos	125
CAPÍTULO 5 – DISCUSSÃO E CONCLUSÕES	129
5.1. Síntese do estudo	129

5.2. Conclusões do estudo.....	132
5.2.1. Construção de gráficos estatísticos	132
5.2.2. Leitura e interpretação de gráficos estatísticos	132
5.2.3. O desempenho a Matemática e a construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos	136
5.3. Implicações do estudo para o ensino da Estatística	139
5.4. Recomendações para futuros estudos.....	140
BIBLIOGRAFIA	143
ANEXOS	151
ANEXO I	153
ANEXO II	155
ANEXO III	157

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Tópicos do tema Estatística do ensino básico (Ministério da Educação, 1991a, 1991b).....	12
Tabela 2 – Tópicos do tema <i>Organização e Tratamento de Dados</i> do ensino básico (Ministério da Educação, 2007, p. 67)	15
Tabela 3: Temas de Estatística do Programa de Matemática A do ensino secundário (Ministério da Educação, 2001a, p. 29; Ministério da Educação, 2002, p.2)).....	16
Tabela 4: Dificuldades e erros em Estatística de alunos do 7.º ano, 12.º ano e futuros professores do 1.º e do 2.º ciclos (Fernandes, 2009, p. 5)	23
Tabela 5 – Distribuição dos participantes por sexo e idade ($n = 108$)	55
Tabela 6 – Distribuição dos participantes pelos níveis obtidos no 7.º e 8.º anos de escolaridade à disciplina de Matemática ($n = 108$)	56
Tabela 7 – Distribuição dos participantes segundo o desempenho “fraco”, “médio” e “bom” a Matemática ($n = 108$)	65
Tabela 8 – Número de tipos de gráficos que os alunos afirmaram conhecer($n = 108$)	70
Tabela 9: Tipos de gráficos que os alunos mencionaram ($n = 108$)	70
Tabela 10 – Distribuição da percentagem (frequência absoluta) dos alunos segundo o tipo de respostas às questões 1a) e 1b) da tarefa 1 ($n = 108$).....	75
Tabela 11 – Distribuição da frequência absoluta dos alunos segundo o tipo de resposta e de estratégia na questão 1a) ($n = 108$).....	76
Tabela 12 – Distribuição da frequência absoluta dos alunos segundo o tipo de resposta e de estratégia na questão 1b) ($n = 108$).	82
Tabela 13 – Distribuição da percentagem (frequência absoluta) dos alunos segundo o tipo de resposta à tarefa 2 ($n = 108$).....	94
Tabela 14 – Distribuição da frequência absoluta dos alunos segundo o tipo de resposta e de estratégia na tarefa 2 ($n = 108$).....	94
Tabela 15 – Distribuição da percentagem (frequência) dos alunos segundo o tipo de respostas às questões 3a), 3b) e 3c) da tarefa 3 ($n = 108$).....	101
Tabela 16 – Distribuição das frequências absolutas do tipo de respostas segundo as estratégias utilizadas na resolução da questão 3b) ($n = 108$).....	103
Tabela 17 – Distribuição das frequências absolutas do tipo de respostas segundo as estratégias utilizadas na resolução da questão 3c) ($n = 108$).....	105
Tabela 18 – Distribuição da percentagem (frequência) dos alunos segundo o tipo de respostas às questões 4a), 4b), 4c) e 4d) da tarefa 4 ($n = 108$)	111
Tabela 19 – Distribuição das frequências absolutas do tipo de respostas segundo as estratégias utilizadas na resolução da questão 4b) ($n = 108$).....	112
Tabela 20 – Distribuição das frequências absolutas do tipo de respostas segundo as estratégias utilizadas na resolução da questão 4c) ($n = 108$).....	115

Tabela 21 – Distribuição da percentagem (frequência) dos alunos segundo o tipo de respostas às questões 5a), 5b) e 5c) da tarefa 5 ($n=108$).....	120
Tabela 22 – Média das ordens segundo os níveis de desempenho a Matemática e valor de χ^2 em cada uma das questões do teste ($n=108$).....	126
Tabela 23 – Média das ordens segundo os níveis de desempenho a Matemática e valor de χ^2 em cada conjunto das questões do teste ($n=108$).....	127

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 – Taxonomia de competências necessárias para responder às perguntas em cada nível (Friel et al., 2001, p. 130)	47
Quadro 2 – Comportamentos associados ao “sentido de gráfico”(Friel et al., 2001, p. 146)	51

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ciclo da análise de dados (Holmes, 2000, p. 54).....	10
Figura 2. Estudo comparativo do número de objectivos dos diferentes temas matemáticos no programa do ensino básico de 1990 e 1991	13
Figura 3. Estudo comparativo do número de objectivos dos diferentes temas matemáticos no programa do ensino básico de 2007.	13
Figura 4. Processo do <i>gráfico activo</i> (Ainley, 2000).....	46
Figura 5. Resposta dada pelo aluno A11 na questão 1	68
Figura 6. Resposta dada pelo aluno A20 na questão 1	68
Figura 7. Resposta dada pelo aluno A26 na questão 1	68
Figura 8. Resposta dada pelo aluno A1 na questão 1	68
Figura 9. Resposta dada pelo aluno A93 na questão 1	68
Figura 10. Resposta dada pelo aluno A57 na questão 1	68
Figura 11. Resposta dada pelo aluno A52 na questão 1.....	69
Figura 12. Resposta dada pelo aluno A55 na questão 1	69
Figura 13. Resposta dada pelo aluno A2 na questão 1	69
Figura 14. Resposta dada pelo aluno A60 na questão 1	69
Figura 15. Resposta dada pelo aluno A32 na questão 1	69
Figura 16. Resposta dada pelo aluno A22 na questão 1	69
Figura 17. Resposta dada pelo aluno A2 na questão 3	71
Figura 18. Resposta dada pelo aluno A7 na questão 3	71
Figura 19. Resposta dada pelo aluno A34 na questão 3	71
Figura 20. Resposta dada pelo aluno A105 na questão 3	71
Figura 21. Resposta dada pelo aluno A5 na questão 1a).	77
Figura 22. Resposta dada pelo aluno A26 na questão 1a).	77
Figura 23. Resposta dada pelo aluno A108 na questão 1a).	77
Figura 24. Resposta dada pelo aluno A24 na questão 1a).	78
Figura 25. Resposta dada pelo aluno A47 na questão 1a).	78
Figura 26. Resposta dada pelo aluno A6 na questão 1a).	79
Figura 27. Resposta dada pelo aluno A16 na questão 1a).	79
Figura 28. Resposta dada pelo aluno A14 na questão 1a).	79
Figura 29. Resposta dada pelo aluno A56 na questão 1a).	80

Figura 30. Resposta dada pelo aluno A52 na questão 1a).	80
Figura 31. Resposta dada pelo aluno A55 na questão 1a).	81
Figura 32. Resposta dada pelo aluno A82 na questão 1a).	81
Figura 33. Resposta dada pelo aluno A90 na questão 1a).	81
Figura 34. Resposta dada pelo aluno A10 na questão 1b).	83
Figura 35. Resposta dada pelo aluno A88 na questão 1b).	83
Figura 36. Resposta dada pelo aluno A78 na questão 1b).	84
Figura 37. Resposta dada pelo aluno A69 na questão 1b).	84
Figura 38. Resposta dada pelo aluno A44 na questão 1b).	85
Figura 39. Resposta dada pelo aluno A5 na questão 1b).	85
Figura 40. Resposta dada pelo aluno A18 na questão 1b).	86
Figura 41. Resposta dada pelo aluno A92 na questão 1b).	86
Figura 42. Resposta dada pelo aluno A25 na questão 1b).	87
Figura 43. Resposta dada pelo aluno A90 na questão 1b).	88
Figura 44. Resposta dada pelo aluno A21 na questão 1b).	88
Figura 45. Resposta dada pelo aluno A89 na questão 1b).	89
Figura 46. Resposta dada pelo aluno A83 na questão 1b).	89
Figura 47. Resposta dada pelo aluno A35 na questão 1b).	90
Figura 48. Resposta dada pelo aluno A41 na questão 1b).	90
Figura 49. Resposta dada pelo aluno A101 na questão 1b).	91
Figura 50. Resposta dada pelo aluno A13 na questão 1b).	91
Figura 51. Resposta dada pelo aluno A100 na questão 1b).	92
Figura 52. Resposta dada pelo aluno A23 na questão 1b).	92
Figura 53. Resposta dada pelo aluno A75 na tarefa 2.....	95
Figura 54. Resposta dada pelo aluno A10 na tarefa 2.....	95
Figura 55. Resposta dada pelo aluno A69 na tarefa 2.....	96
Figura 56. Resposta dada pelo aluno A17 na tarefa 2.....	96
Figura 57. Resposta dada pelo aluno A26 na tarefa 2.....	97
Figura 58. Resposta dada pelo aluno A51 na tarefa 2.....	97
Figura 59. Resposta dada pelo aluno A35 na tarefa 2.....	98
Figura 60. Resposta dada pelo aluno A73 na tarefa 2.....	98
Figura 61. Resposta dada pelo aluno A8 na tarefa 2.....	99

Figura 62. Resposta dada pelo aluno A32 na tarefa 2.....	99
Figura 63. Resposta dada pelo aluno A7 na tarefa 2.....	100
Figura 64. Resposta dada pelo aluno A47 na questão 3a)	102
Figura 65. Resposta dada pelo aluno A102 na questão 3b)	103
Figura 66. Resposta dada pelo aluno A61 na questão 3b)	103
Figura 67. Resposta dada pelo aluno A2 na questão 3b)	104
Figura 68. Resposta dada pelo aluno A10 na questão 3b)	104
Figura 69. Resposta dada pelo aluno A35 na questão 3b)	104
Figura 70. Resposta dada pelo aluno A20 na questão 3b)	104
Figura 71. Resposta dada pelo aluno A8 na questão 3c).....	106
Figura 72. Resposta dada pelo aluno A4 na questão 3c).....	106
Figura 73. Resposta dada pelo aluno A69 na questão 3c)	106
Figura 74. Resposta dada pelo aluno A88 na questão 3c)	107
Figura 75. Resposta dada pelo aluno A23 na questão 3c)	107
Figura 76. Resposta dada pelo aluno A84 na questão 3c)	107
Figura 77. Resposta dada pelo aluno A56 na questão 3c)	108
Figura 78. Resposta dada pelo aluno A3 na questão 3c).....	108
Figura 79. Resposta dada pelo aluno A16 na questão 3c)	108
Figura 80. Resposta dada pelo aluno A55 na questão 3c)	109
Figura 81. Resposta dada pelo aluno A92 na questão 4a)	112
Figura 82. Resposta dada pelo aluno A55 na questão 4b)	113
Figura 83. Resposta dada pelo aluno A1 na questão 4b)	113
Figura 84. Resposta dada pelo aluno A5 na questão 4b)	113
Figura 85. Resposta dada pelo aluno A42 na questão 4b)	113
Figura 86. Resposta dada pelo aluno A63 na questão 4b)	114
Figura 87. Resposta dada pelo aluno A32 na questão 4b)	114
Figura 88. Resposta dada pelo aluno A36 na questão 4b)	114
Figura 89. Resposta dada pelo aluno A88 na questão 4c)	115
Figura 90. Resposta dada pelo aluno A70 na questão 4c)	115
Figura 91. Resposta dada pelo aluno A16 na questão 4c)	116
Figura 92. Resposta dada pelo aluno A10 na questão 4c)	116
Figura 93. Resposta dada pelo aluno A6 na questão 4c).....	116

Figura 94. Resposta dada pelo aluno A36 na questão 4c)	117
Figura 95. Resposta dada pelo aluno A23 na questão 4c)	117
Figura 96. Resposta dada pelo aluno A102 na questão 4d)	118
Figura 97. Resposta dada pelo aluno A59 na questão 4d)	118
Figura 98. Resposta dada pelo aluno A27 na questão 4d)	118
Figura 99. Resposta dada pelo aluno A47 na questão 4d)	118
Figura 100. Resposta dada pelo aluno A13 na questão 4d)	119
Figura 101. Respostas dada pelo aluno A69 na questão 4d).....	119
Figura 102. Resposta dada pelo aluno A10 na questão 5a)	121
Figura 103. Resposta dada pelo aluno A16 na questão 5a)	121
Figura 104. Resposta dada pelo aluno A6 na questão 5a)	122
Figura 105. Resposta dada pelo aluno A5 na questão 5b)	122
Figura 106. Resposta dada pelo aluno A59 na questão 5b)	123
Figura 107. Resposta dada pelo aluno A18 na questão 5b)	123
Figura 108. Resposta dada pelo aluno A8 na questão 5b)	123
Figura 109. Resposta dada pelo aluno A78 na questão 5b)	123
Figura 110. Resposta dada pelo aluno A100 na questão 5b)	124
Figura 111. Resposta dada pelo aluno A1 na questão 5c)	124
Figura 112. Resposta dada pelo aluno A69 na questão 5c)	124
Figura 113. Resposta dada pelo aluno A6 na questão 5c)	124
Figura 114. Resposta dada pelo aluno A107 na questão 5c)	125
Figura 115. Resposta dada pelo aluno A14 na questão 5c)	125
Figura 116. Diagrama de dispersão e recta de regressão relativa às variáveis desempenho em Matemática e o número de diferentes tipos de gráficos	126
Figura 117. Diagrama de dispersão e recta de regressão relativa às variáveis desempenho na construção e na leitura e interpretação de gráficos.	128

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Este capítulo, organizado em três secções, inicia-se com a apresentação do problema e das questões de investigação. Efectuam-se, de seguida, algumas considerações sobre a importância do estudo e, por fim, faz-se a descrição do estudo.

1.1. Problema e questões de investigação

Atendendo ao crescente aumento da importância da Estatística e à quantidade de informação estatística que aparece na comunicação social, é essencial que os nossos jovens terminem a escolaridade obrigatória com conhecimentos que lhes permitam raciocinar com e através de dados.

Sendo a Estatística parte integrante da nossa cultura e o pensamento estatístico uma parte essencial da Matemática, sendo também a exposição de dados reais um modo de auxiliar o desenvolvimento pessoal e a tomada de decisões dos indivíduos e sendo ainda as ideias estatísticas abundantemente utilizadas no local de trabalho, é essencial que o ensino desta se desenvolva ao longo de toda a escolarização dos jovens (Holmes, 2000). Pois, como refere Borralho (2000), “uma das finalidades da escola é preparar os alunos para as necessidades e problemas do mundo onde estamos inseridos e que aparecem todos os dias no mundo da comunicação” (p. 58).

Em Portugal, a importância do ensino da Estatística tem vindo a aumentar com a introdução deste conteúdo no Programa de Matemática do 2.º ciclo (Ministério da Educação, 1991a) e do 3.º ciclo (Ministério da Educação, 1991b), ao mesmo tempo que é aprofundado no ensino secundário e mais tarde no Programa de Matemática do 1.º ciclo (Ministério da Educação, 2007).

Também, de acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação, 1991, 2007), é de salientar que o ensino da Estatística aparece reforçado nos 2.º e 3.º ciclos.

Com a implementação generalizada do ensino da Estatística, torna-se relevante a investigação didáctica nesta área, de forma a identificar quais os problemas, as dificuldades e

que tipo de ensino permite uma melhor aprendizagem dos alunos nesta temática (Branco, 2000).

A importância do trabalho dos alunos na Estatística está também relacionada com a compreensão dos gráficos estatísticos e a aplicação destes em situações do dia-a-dia. Por este facto é essencial que os nossos alunos sejam capazes de representar e interpretar os dados estatísticos que surgem nas mais variadas situações do quotidiano, de um modo crítico e reflexivo.

Num estudo realizado por Fernandes, Sousa e Ribeiro (2004), verificou-se que os professores entrevistados referem a construção e a interpretação de gráficos como uma das principais dificuldades dos alunos em Estatística. Face a este resultado e atendendo à ausência de estudos sobre esta problemática, especialmente no nosso país, justifica-se investigar o conhecimento e a compreensão dos alunos, no final do ensino básico, acerca da construção, leitura e interpretação dos gráficos estatísticos.

Os gráficos são uma forma de transmitirmos e qualificarmos dados estatísticos (Curcio, 1989). Para Friel, Curcio e Bright (2001), a compreensão dos gráficos é essencial para se retirar a máxima informação deles. No entanto, para que a compreensão seja desenvolvida, é necessário que se reflecta sobre o tipo de questões que se devem fazer sobre os mesmos (Espinel, González, Bruno & Pinto, 2009).

Wu (2004) entende que a compreensão dos gráficos deve considerar quatro capacidades: a leitura, a interpretação, a construção e a avaliação dos gráficos. Para Espinel et al. (2009), estas capacidades estão agrupadas em três níveis de compreensão estabelecidos por Curcio (1989): nível 1 – *ler os dados*; nível 2 – *ler entre os dados*; e nível 3 – *ler além dos dados*. O primeiro relaciona-se com a leitura literal do gráfico e não requer que o aluno realize qualquer tipo de interpretação. O segundo está relacionado com a habilidade de se extrair informação do gráfico de um modo organizado e que permita a sua interpretação. O terceiro prevê que o aluno, através da informação, retire ilações ou faça previsões.

No entanto, Shaughnessy, Garfield e Greer (1996) consideram que, para além destes três níveis, deve existir um quarto nível, *ler por trás dos dados*, que implica o estabelecimento de conexões entre o contexto e o gráfico que surge dele.

Assim, neste estudo procura-se descrever, compreender e comparar a construção, leitura e interpretação de gráficos dos alunos no final do ensino básico, a partir das três seguintes questões de investigação:

1. Na representação de dados estatísticos, que tipo de gráficos constroem os alunos? Qual a sua adequação às situações propostas? Que erros e dificuldades revelam?
2. Na leitura e interpretação dos gráficos estatísticos, que nível de conclusões extraem os alunos desses gráficos? Que erros e dificuldades revelam?
3. Verifica-se alguma influência entre o nível de desempenho a Matemática e a construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos 9.º ano de escolaridade?

1.2. Relevância do estudo

A Educação Estatística é uma área de investigação relativamente recente, apesar da Estatística como disciplina académica já ter mais de 100 anos.

A relevância do seu estudo está relacionada com o crescente reconhecimento da sua importância na sociedade actual, sobretudo quando somos confrontados com dados estatísticos que nos ajudam a tomar decisões relacionadas com temas do quotidiano, na nossa actividade profissional e na nossa participação social.

Presentemente, tal relevância tem vindo a reflectir-se na sua inclusão no currículo de Matemática, cada vez com maior ênfase e profundidade. A este respeito, Aoyama (2006) refere que a Estatística é reconhecida nos documentos curriculares de muitos países como um aspecto essencial da literacia científica.

No nosso país, com o Programa de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação, 1991), a Estatística é introduzida no programa da disciplina de Matemática do ensino básico, ao mesmo tempo que é aprofundado o seu estudo no ensino secundário, relativamente ao que vinha acontecendo desde a sua introdução nos anos 60.

Apesar da maior visibilidade do ensino da Estatística na escola, este é um dos temas, referido no Relatório de Matemática 2001, que os professores propõem que seja reduzido ou que simplesmente seja excluído (Associação de Professores de Matemática [APM], 1998) do programa do ensino secundário. Também os professores do 2.º e 3.º ciclos o consideram como sendo um tema menos importante, quando o comparam com outros da disciplina de Matemática, admitindo a sua exclusão ou simplificação do programa. Por este facto, e ainda segundo este relatório, é necessário que se faça uma maior sensibilização da sua importância no processo de ensino e aprendizagem. Concomitantemente, as Normas do NCTM (1991) recomendam que se dê um maior desenvolvimento a este conteúdo, para que os conceitos e

procedimentos sejam mais aprofundados, permitindo aos alunos um maior e melhor conhecimento no final da sua escolaridade.

A estatística tem sido encarada como uma área favorável ao desenvolvimento de certas capacidades expressas nos currículos de Matemática, tais como: interpretar e intervir no real, formular e resolver problemas, comunicar, manifestar rigor e espírito crítico no desenvolvimento de uma cidadania activa (Ministério da Educação, 2001a, 2001b). Assim, na mesma linha de pensamento, para muitos autores, e pelo facto da Estatística ser uma ciência que cada vez mais está presente na vida das pessoas, é necessário desenvolver nos alunos a capacidade crítica e a autonomia para que se tornem cidadãos reflexivos e participativos (Carvalho & César, 2001; Fernandes, Carvalho & Ribeiro, 2007; NCTM, 1991; NCTM, 2007).

Segundo Fernandes et al. (2007), para desenvolver o sentido crítico do aluno não chega entender os dados estatísticos, sendo essencial que ele formule questões, que recolha dados e que os compare e analise. Também outros autores destacam a necessidade de os alunos seleccionarem e usarem métodos estatísticos adequados à análise dos dados e de desenvolverem e avaliarem inferências e previsões a partir dos dados (Ministério da Educação, 1991; NCTM, 2007; Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003).

As representações gráficas, parte integrante da Estatística, sempre tiveram uma forte presença em diversas situações do quotidiano. Desde os primórdios da civilização até aos dias de hoje, os gráficos são considerados pelos matemáticos como “uma ajuda preciosa na resolução de problemas algébricos e aritméticos, na compreensão de fórmulas matemáticas e na representação de relações”, e para os cidadãos são um modo eficaz de “clarificar, organizar e resumir a informação quantitativa encontrada nos jornais, nas revistas e nos anúncios” (Curcio, 1989, p. 1). Deste modo, para que os alunos se tornem “cidadãos informados, reflexivos e críticos na análise dos gráficos, eles precisam de os trabalhar na sala de aula de uma forma progressivamente mais complexa e a partir de actividades promotoras de pensamento crítico” (Carvalho, 2009, p. 22).

Para Gal e Garfield (1997), os alunos, perante um estudo estatístico, têm que ser capazes de compreender e lidar com a incerteza, variabilidade e informação estatística, contribuindo ou fazendo parte da produção, interpretação e comunicação de dados estatísticos com que se deparam no dia-a-dia. Ainda, para estes autores, os alunos perante um inquérito estatístico devem compreender qual a sua finalidade e as ideias que o fundamentam, bem como

compreender o processo destes estudos através do levantamento de questões, da recolha, organização, análise e interpretação dos dados, à luz das questões que formularam.

Segundo Aoyama (2006), o modo de os alunos atingirem estes objectivos, através do desenvolvimento da compreensão e interpretação de gráficos, tem sido alvo de investigação. Efectivamente, alguns investigadores têm concentrado os seus estudos na capacidade de os alunos extrair informações e predizerem resultados dos gráficos (Aoyama, 2006; Curcio, 1989; Friel et al., 2001).

Curcio (1989) propôs três níveis de leitura de um gráfico (antes referidos) e estudou o efeito do conhecimento prévio dos alunos, no que diz respeito aos conteúdos matemáticos, sobre a capacidade de interpretar os gráficos. Friel et al. (2001) estudaram a aptidão dos alunos para lerem gráficos, identificando factores que influenciam a sua compreensão a partir do conceito de *Graph Sense*, que abrange todas as tarefas relacionadas com a construção e interpretação de gráficos. Também Aoyama (2006) investigou o desempenho de alunos na interpretação de gráficos, recorrendo à taxonomia *Structure of the Observed Learning Outcome* (SOLO).

Neste contexto, com este estudo, propomo-nos contribuir para uma compreensão mais aprofundada dos conhecimentos estatísticos de alunos do último ano do 3.º ciclo do ensino básico, nomeadamente no que diz respeito à representação e interpretação gráfica de dados estatísticos.

1.3. Organização da dissertação

O relatório da presente investigação estrutura-se em cinco capítulos, que seguidamente passamos a descrever de forma sucinta.

No primeiro capítulo – *Introdução* – faz-se o enquadramento da temática do estudo, mencionando-se o problema e as questões de investigação que lhe estão subjacentes, apresentam-se as razões que estiveram na base do estudo e das quais decorre a sua importância e, por fim, apresenta-se a organização da dissertação.

No segundo capítulo – *Revisão de Literatura* – relevam-se diversos documentos e resultados de investigações realizados a nível nacional e internacional, que estão relacionadas com os temas: a Estatística no currículo da Matemática; o ensino e a aprendizagem da Estatística; a construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos. Este último tema

compreende os diferentes tipos de gráficos (gráficos de barras simples, gráficos de barras agrupadas, gráficos de barras empilhadas, histogramas, pictogramas, gráficos de linhas, gráficos circulares, diagramas de caule-e-folhas e diagramas de extremos e quartis) e os níveis de leitura e interpretação de gráficos de Curcio. Este quadro teórico contribuiu também para analisar, interpretar e discutir os resultados da investigação.

No terceiro capítulo – *Metodologia* – discutem-se as opções metodológicas da investigação, identificando-se a natureza do estudo. De seguida, caracterizam-se os participantes e o contexto em ele se realizou. Referem-se também os métodos utilizados na recolha de dados, sobretudo no que diz respeito à construção e validação do teste e à sua administração. Por último, mencionam-se os métodos de análise e tratamento da informação. Nesta investigação participaram 108 alunos, de um Agrupamento de escolas, do distrito de Braga. Na recolha de dados, feita directamente pela investigadora, recorreu-se à aplicação de um teste com treze questões relativas à construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos: 3 de construção de gráficos e 10 de leitura e interpretação de gráficos. Nas tarefas relacionadas com a construção de gráficos, solicita-se aos alunos a construção dos gráficos que consideram ser mais apropriados às situações descritas nas tarefas. Da análise das representações gráficas elaboradas pelos alunos, pretende-se averiguar quais os tipos de erros e as dificuldades que eles revelarem. Nas tarefas que se referem à leitura e interpretação de gráficos, pretende-se avaliar a compreensão que têm dos mesmos, através dos três níveis de Curcio (1989) antes referidos.

No quarto capítulo – *Apresentação dos resultados* – apresentam-se os resultados obtidos no estudo, organizados em torno das respostas dos alunos e das estratégias utilizadas para responderem às várias questões.

Finalmente, no quinto capítulo – *Discussão e conclusões* – apresentam-se e discutem-se os principais resultados do estudo, organizados através das questões de investigação, fazendo-se uma análise comparativa do desempenho dos alunos a Matemática com a construção, leitura e interpretação de gráficos. Por fim, referem-se algumas implicações do estudo para o ensino da Estatística e sugerem-se também algumas recomendações para futuras investigações.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo fundamenta-se teoricamente a opção do tema de estudo, desenvolvendo-se em três secções. A primeira secção desenvolve-se em torno da Estatística no currículo da Matemática, destinando-se à apresentação do mesmo nos currículos nacionais Inglês, Americano e Português.

A segunda secção diz respeito ao ensino e aprendizagem da Estatística em Portugal, desde os anos 60 até aos dias de hoje.

A terceira secção, designada por *Construção, leitura e interpretação de gráficos*, é constituída por duas subsecções. Na primeira descrevem-se quais os elementos de um gráfico, essenciais à sua construção, em particular, em relação aos gráficos de barras, barras agrupadas e empilhadas, bem como, aos histogramas, pictogramas, gráficos de linhas, circulares, diagramas de caule-e-folhas e de extremos e quartis. A segunda subsecção, designada por *Leitura e interpretação de gráficos*, destina-se à análise do tema segundo alguns investigadores.

2.1. A Estatística no currículo da Matemática

Nos dias de hoje, a Estatística assume um papel importante quando somos confrontados com dados que nos ajudam a tomar decisões relacionadas com as questões com que nos deparamos no dia-a-dia. Por exemplo, os inquéritos aos consumidores sobre variados produtos são determinantes no desenvolvimento e na comercialização desses produtos, assim como as sondagens são essenciais na definição de estratégias das campanhas políticas (NCTM, 2007). Como refere Sousa (2002), os “resultados obtidos com a aplicação dos métodos estatísticos na resolução de problemas dos diversos domínios do conhecimento, aliados à evolução tecnológica dos últimos anos, fizeram com que os conhecimentos estatísticos se tornassem indispensáveis em todos os domínios” (p. 24).

Consequentemente, a sua “enorme expressão na actividade social e em muitos domínios do conhecimento”, bem como por se tratar de um tema que “assume uma forte especificidade face aos outros tópicos do currículo” (Ponte & Fonseca, 2001, p. 7), faz com que a Estatística assuma igualmente grande importância no domínio da educação dos cidadãos.

Contudo, apesar do crescente aumento da importância da Estatística, que se tem vindo a verificar, a sua didáctica não tem acompanhado esse desenvolvimento, pois “o interesse pelo seu ensino começa a surgir mas de uma forma lenta” (Branco, 2000, p. 13). Foi somente no século XX que a Estatística começou a ser considerada uma ciência fundamental e só a partir de meados desse século se iniciou a investigação em Educação Estatística (Batanero, 2001).

A Estatística foi recentemente introduzida em todos os ciclos do currículo de Matemática da maioria dos países desenvolvidos (Batanero, 2000).

Foi a Inglaterra, em finais dos anos 50 e nos anos 60, um dos primeiros países a introduzir no ensino não superior o ensino das Probabilidades e Estatística (Holmes, 2000). Ainda neste país, segundo Holmes (2000), no final dos anos 70 surgiu um projecto de extrema importância, designado por *Schools Council Project*, no qual se defendia o ensino do tema *Probabilidades e Estatística* dos 6 aos 18 anos de idade, com fundamento nos seguintes pressupostos:

- A Estatística faz parte integrante da nossa cultura;
- O pensamento estatístico faz parte da numeracia;
- O trabalho estatístico com dados reais auxilia no desenvolvimento pessoal e na tomada de decisões do quotidiano;
- As ideias estatísticas são amplamente utilizadas nos locais de trabalho;
- A exposição precoce à aprendizagem da Estatística desenvolve nos alunos uma intuição estatística que mais tarde é formalizada. (p. 52)

A importância da literacia estatística veio posteriormente a ser referida no relatório Cockcroft (1982), sublinhando-se aqui a necessidade das crianças do ensino primário trabalharem com diferentes tipos de representações de dados, de modo a poderem discutir e interpretar a informação que eles representam, bem como serem incentivadas a trabalhar com dados recolhidos ou não por elas e a pesquisarem “exemplos de gráficos e tabelas de jornais, revistas e livros, para discutirem em detalhe o que eles descrevem, fazendo deduções a partir deles” (p. 86). Este relatório acrescenta, ainda, que a ênfase dada a este tipo de trabalho vai permitir às crianças relacionarem os seus trabalhos em Matemática com os trabalhos de outras áreas disciplinares.

Estando o sistema de ensino inglês dividido em quatro etapas, designadas por *Key stage* 1, 2, 3 e 4, e sendo as idades previstas para a conclusão de cada uma delas 7, 11, 14 e 16 anos, respectivamente, a *Análise de dados* (em inglês *Handling Data*), surge em substituição do

termo *Estatística* e faz parte das etapas 2, 3 e 4, estando também subjacente na etapa 1, quando nos objectivos definidos para a unidade temática *Números* se refere que os alunos devem ser ensinados a resolver problemas relevantes por meio de “listas simples, tabelas e gráficos, classificando e organizando informações” (Department for Education and Employment [DFEE], 1999, p.18).

No que diz respeito aos objectivos deste tema, o currículo nacional inglês indica que na segunda etapa (*Key stage 2*) os alunos devem resolver problemas que envolvam a interpretação de tabelas e gráficos relacionados com situações reais, aprender a construir e interpretar tabelas de frequências e gráficos de dados discretos, utilizando diferentes tipos de representações, nomeadamente pictogramas, gráficos de barras e linhas (DFEE, 1999). Ainda o mesmo documento refere que os alunos devem aprender a diferenciar dados discretos de dados contínuos; tirar conclusões de gráficos estatísticos, reconhecendo informação enganosa; e desenvolver a compreensão sobre probabilidades através de situações que envolvam a utilização de um vocabulário apropriado.

Nas etapas *Key stage 3* e 4 os alunos devem ser capazes de:

- formular questões que envolvam métodos estatísticos;
- recolher dados discretos e contínuos através da observação, experimentação controlada, questionários e inquéritos; a representar dados, usando o papel e as TIC, na forma de tabelas, gráficos circulares e de linhas, diagramas de dispersão e caule-e-folhas;
- seleccionar e utilizar métodos estatísticos apropriados para a análise de dados;
- desenvolver e avaliar conclusões e conjecturas baseadas nos dados;
- compreender e aplicar conceitos de probabilidades (DFEE, 1999).

Finalmente, no que diz respeito à etapa *Key stage 4 higher*, o currículo nacional inglês acrescenta que os alunos devem aprender a seleccionar e justificar um plano de amostragem e um método para investigar uma população, incluindo as amostragens aleatória e estratificada, bem como a construir tabelas e gráficos de frequências acumuladas, diagrama de extremos e quartis e histogramas (DFEE, 1999).

Numa perspectiva vertical, o currículo inglês determina ainda que os alunos percorram de um modo cíclico todas as fases da *Análise de dados* (Figura 1) em todas as etapas do currículo, usando técnicas apropriadas a cada uma delas (Holmes, 2000).

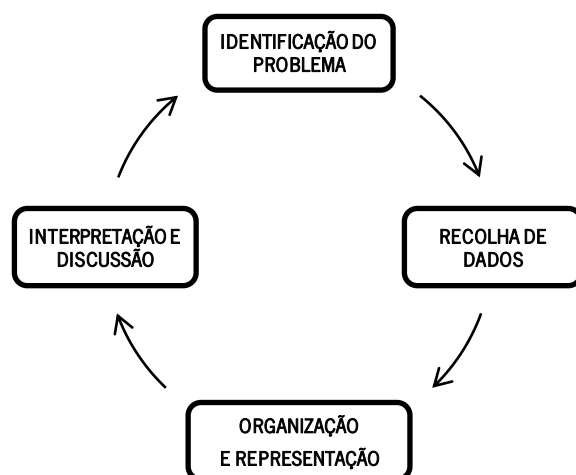


Figura 1. Ciclo da análise de dados (Holmes, 2000, p. 54)

Já no currículo de Matemática dos EUA o ensino do tema *Estatística*, designado por *Análise de Dados e Probabilidades*, faz parte integrante de toda a escolaridade, desde o pré-escolar até ao 12.º ano. Segundo os *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007), os programas de Matemática devem preparar os alunos para:

Formular questões que possam ser abordadas por meio de dados e recolher, organizar e apresentar dados relevantes que permitam responder a essas questões; Seleccionar e usar métodos estatísticos adequados à análise de dados; Desenvolver e avaliar inferências e previsões baseadas em dados; Compreender e aplicar conceitos básicos de probabilidades. (p. 52)

Como refere o NCTM (2007), ao longo do 1.º ciclo do ensino básico a recolha de dados deve ser realizada com tempo, bem como a avaliação dos seus métodos e das questões que vão formulando sobre esses dados. Ao longo do 2.º e 3.º ciclos do ensino básico os alunos devem trabalhar dados recolhidos por outros, ou simulados, e no ensino secundário devem desenvolver a compreensão dos objectivos dos inquéritos, bem como de estudos de observação e experiências (NCTM, 2007).

A organização de dados deve ser feita do pré-escolar ao 2.º ano de modo a fornecer informação acerca das questões de investigação. Do 3.º ao 5.º ano devem começar a representar os dados em tabelas, gráficos de barras ou cartesianos, desenvolvendo a compreensão das diferentes formas de representação e preparando-se para compararem dois ou mais conjuntos de dados. Do 6.º ao 8.º ano os alunos devem começar a desenvolver o sentido crítico em relação à eficiência dos diferentes tipos de representação de dados.

À medida que evoluem na escolaridade, os alunos começam a necessitar de novas ferramentas para descreverem os conjuntos de dados, nomeadamente algumas medidas estatísticas, tais como medidas de tendência central ou de localização, medidas de dispersão e as características de distribuição de dados.

Ainda de acordo com o NCTM (2007), do pré-escolar ao 12.º ano os alunos devem ser capazes de “definir uma amostra adequada, recolher informações a partir dessa amostra, descrever a amostra e fazer inferências plausíveis relativas à amostra e à população” (p. 55).

No que diz respeito aos conceitos básicos de probabilidades, eles devem ser trabalhados desde o pré-escolar ao 2.º ano de um modo informal. Do 3.º ao 5.º ano os alunos deverão começar a realizar experiências tomando deste modo contacto com as noções de impossível, improvável, provável e certo. No 2.º e 3.º ciclos devem “aprender e utilizar uma terminologia apropriada e deverão ser capazes de calcular probabilidades de ocorrências compostas simples”. No secundário, para além do cálculo de probabilidades de ocorrências compostas, deverão compreender os “factores condicionantes e acontecimentos independentes” (NCTM, 2007, pp. 55-56).

Em Portugal, com o Programa de Matemática do Ensino Básico, a Estatística é introduzida no programa da disciplina de Matemática do 2.º ciclo (Ministério da Educação, 1991a) e do 3.º ciclo (Ministério da Educação, 1991b), ao mesmo tempo que é aprofundado o seu estudo no ensino secundário, relativamente ao que vinha acontecendo desde a sua introdução nos anos 60 do século passado. Especificamente, de acordo com os programas de Matemática do 2.º e 3.º ciclos do ensino básico, a Estatística fazia parte do tema com o mesmo nome, nos 5.º e 6.º anos; do tema *Funções e Estatística*, nos 7.º e 8.º anos, e do tema *Estatística e Probabilidades*, no 9.º ano.

A ligação da *Estatística* às *Funções*, no 3.º ciclo, deve-se segundo os autores do programa (Ministério da Educação, 1991b) às características que ambos têm em comum no que diz respeito:

- à organização e interpretação de dados através de tabelas e gráficos, em particular, no que se refere à ligação entre a linguagem numérica e gráfica, pelo facto desta ser de extrema importância para o desenvolvimento da capacidade de comunicação;
- pelo facto de serem instrumentos de síntese e análise de situações que apoiam uma melhor visualização dos temas em estudo;

– pela relação que os seus modelos têm com situações do quotidiano, dando, deste modo, significado ao trabalho que os alunos desenvolvem.

Com as medidas de tendência central pretendia-se que os alunos analisassem e comparassem distribuições, formassem hipóteses, comunicassem e discutissem as conclusões que obtivessem (Ministério da Educação, 1991b).

Com a abordagem das Probabilidades, no 9.º ano, a Estatística ganha um “novo significado” através da compreensão e do uso da frequência relativa como aproximação da probabilidade de um dado acontecimento (Ministério da Educação, 1991b).

Assim, ao nível do ensino básico do tema *Estatística*, de acordo com os Programas de Matemática do 2.º e 3.º ciclos do Ensino Básico (Ministério da Educação, 1991a; Ministério da Educação 1991b), faziam parte os tópicos que constam da Tabela 1.

Tabela 1 – Tópicos do tema Estatística do ensino básico (Ministério da Educação, 1991a, 1991b).

2.ºciclo			3.ºciclo	
5.ºano	6.ºano	7.ºano	8.ºano	9.ºano
Recolha e organização de dados Frequência absoluta Representação da informação: tabelas e gráficos de barras	Recolha, organização e interpretação de dados Moda e média aritmética	Recolha e organização de dados – Tabelas – Frequência absoluta – Frequência relativa – Gráficos Medidas de tendência central	Organização e representação de dados – Polígonos de frequência – Pictogramas Interpretação da informação	Estatística e Probabilidades – Alguns aspectos de linguagem – Noção de probabilidade de um acontecimento

Comparativamente com outros temas matemáticos, a *Estatística* é um tema que tem pouco peso ao longo do 2.º e 3.º ciclos. No 1.º ciclo o tema de Estatística não é tratado explicitamente no programa, embora se refira que os alunos, juntamente com a utilização dos símbolos convencionais, deverão construir e utilizar tabelas e gráficos de barras (Ministério da Educação, 1990).

Através da observação dos Programas de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação, 1990; Ministério da Educação, 1991a; Ministério da Educação 1991b; Ministério da Educação, 2007), tendo em conta a frequência de objectivos, dos diferentes temas matemáticos analisados para cada ciclo de escolaridade, pode constatar-se que com a introdução do novo

Programa de Matemática do Ensino Básico, de 2007, a Estatística passa a ter um maior destaque e a fazer parte do currículo dos três ciclos de escolaridade (Figuras 2 e 3).

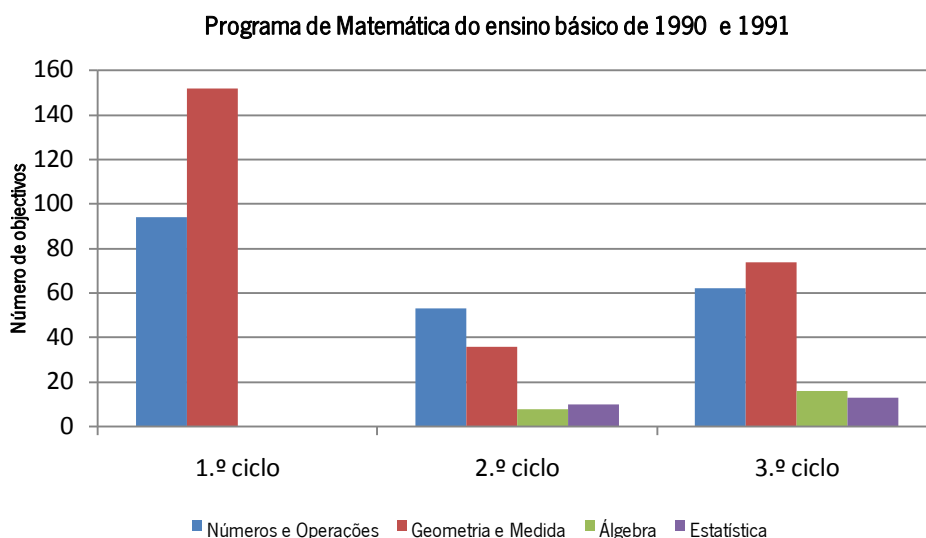


Figura 2. Estudo comparativo do número de objectivos dos diferentes temas matemáticos no programa do ensino básico de 1990 e 1991

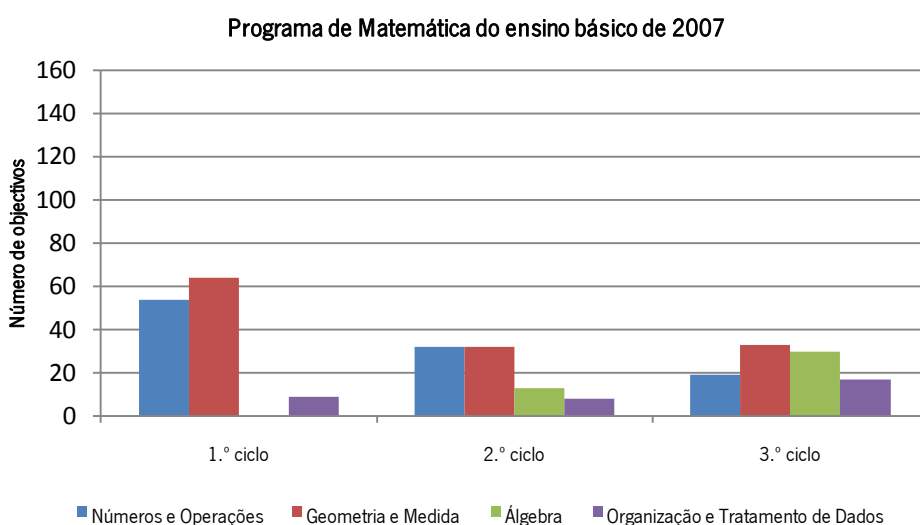


Figura 3. Estudo comparativo do número de objectivos dos diferentes temas matemáticos no programa do ensino básico de 2007.

Pela observação da Figura 2, relativa ao Programa de Matemática de 1990 e 1991, constata-se que os temas *Números e Operações* e *Geometria e Medida* tinham uma maior representação ao longo dos três ciclos, apesar da acentuada diminuição do 1.º para o 2.º ciclo. Também no Programa de Matemática de 2007 os temas *Números e Operações* e *Geometria*

continuam a ter a maior expressão no 1.º ciclo, mas com um peso menor nos restantes ciclos (Figura 3).

Ainda pela análise do gráfico da Figura 2, constata-se que o tema programático *Álgebra* não está representado no 1.º ciclo, sendo somente introduzido no 2.º e 3.º ciclos e com maior visibilidade no último.

No Programa de Matemática de 2007 observa-se que a *Álgebra* passa a fazer parte dos programas do 2.º e 3.º ciclos com um maior número de objectivos. No que se refere ao 1.º ciclo, apesar de a *Álgebra* não aparecer como tema programático explícito, são muitas as referências à preocupação do desenvolvimento do pensamento algébrico, que é transversal ao longo dos restantes temas programáticos. Estas referências salientam que o trabalho dos alunos para desenvolverem o pensamento algébrico se realiza quando: investigam sequências numéricas e padrões geométricos; desenvolvem a capacidade de identificar relações matemáticas e começam a expressá-las através de igualdades e desigualdades, usando uma linguagem simbólica adequada para as descrever; e desenvolvem a noção de proporcionalidade, através do trabalho com estruturas multiplicativas e com os números racionais.

Em relação ao tema Estatística, pela análise da Figura 2, verifica-se que não fazia parte do Programa de Matemática de 1990 do 1.º ciclo; no entanto, é de salientar que neste se faz referência à *Estatística* quando se afirma que, na linguagem e representação matemáticas, os alunos devem construir e utilizar gráficos de barras de modo a comunicarem e registarem ideias de forma mais simples e clara, bem como ler e interpretar informação com maior facilidade. No que diz respeito ao programa actual, de 2007, o tema *Estatística*, agora designado por *Organização e Tratamento de Dados*, aparece reforçado no 2.º e 3.º ciclos e passa a fazer parte do programa do 1.º ciclo. Ainda em relação a este tema, afirma-se no programa que:

o presente programa vai mais longe que o anterior na complexidade dos conjuntos de dados a analisar, nas medidas de tendência central e de dispersão a usar, nas formas de representação de dados a aprender e no trabalho de planeamento, concretização e análise de resultados de estudos estatísticos. (Ministério da Educação, 2007, p. 9)

O tema *Organização e Tratamento de Dados* tem como propósito, no final do ensino básico, “desenvolver nos alunos a capacidade de compreender e de produzir informação estatística, bem como de a utilizar para resolver problemas e tomar decisões informadas e argumentadas, e ainda desenvolver a compreensão da noção de probabilidade” (Ministério da Educação, 2007, p. 61).

Ao nível do ensino básico, do tema *Organização e Tratamento de Dados* fazem parte os tópicos que constam da Tabela 2.

Tabela 2 – Tópicos do tema *Organização e Tratamento de Dados* do ensino básico (Ministério da Educação, 2007, p. 67)

1.º ciclo	2.º ciclo	3.º ciclo
<i>Representação e interpretação de dados e situações aleatórias</i> – Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos – Classificação de dados utilizando diagramas de Venn e de Carroll – Tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos e pictogramas – Gráficos de barras – Moda – Situações aleatórias	<i>Representação e interpretação de dados</i> – Formulação de questões – Natureza dos dados – Tabelas de frequências absolutas e relativas – Gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas – Média aritmética – Extremos e amplitude	<i>Planeamento estatístico</i> – Especificação do problema – Recolha de dados – População e amostra <i>Tratamento de dados</i> – Organização, análise e interpretação de dados – histograma – Medidas de localização e dispersão – Discussão de resultados <i>Probabilidade</i> – Noção de fenómeno aleatório e de experiência aleatória – Noção e cálculo da probabilidade de um acontecimento

No que diz respeito ao programa de Matemática A, do ensino secundário, ele desenvolve-se em torno de quatro grandes temas: *Cálculo Diferencial, Geometria (no plano e no espaço), Funções e Sucessões e Probabilidades (com Análise Combinatória) e Estatística*. De acordo com os objectivos e competências gerais do programa, o tema *Probabilidades e Estatística* tem a finalidade de ampliar, nos alunos, conhecimentos de Estatística e Probabilidades tendo em vista a interpretação e comparação das distribuições estatísticas e a resolução de problemas que envolvem o cálculo de probabilidades e a contagem.

Relativamente ao programa de Matemática A, o tema *Estatística*, incluído no 10.º ano, visa melhorar a “capacidade dos estudantes para avaliar afirmações de carácter estatístico, fornecendo-lhes ferramentas apropriadas para rejeitar quer certos anúncios publicitários quer notícias ou outras informações, em que a interpretação de dados ou a realização da amostragem não tenha sido correcta” (Ministério da Educação, 2001a, p. 29). O tema de Probabilidades e Combinatória, incluído no 12.º ano, tem por objectivo fornecer aos alunos “uma base conceptual que capacita para interpretar, de forma crítica, toda a comunicação que utiliza a linguagem das probabilidades, bem como a linguagem estatística” (Ministério da Educação, 2002, p. 1). Em

termos de conteúdos, são incluídos nestes dois temas do 10.º e 12.º anos, os tópicos mencionados na Tabela 3.

Tabela 3: Temas de Estatística do Programa de Matemática A do ensino secundário (Ministério da Educação, 2001a, p. 29; Ministério da Educação, 2002, p.2))

10.º ano	12.º ano
<p><i>Estatística – Generalidades</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Objecto da Estatística e breve nota histórica sobre a evolução desta Ciência e utilidade na vida moderna. – Recenseamento e sondagem. – Estatística Descritiva e Estatística Indutiva. <p><i>Organização e interpretação de caracteres estatísticos (qualitativos e quantitativos)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Análise gráfica de atributos qualitativos (gráficos circulares, diagramas de barras e pictogramas); determinação da moda – Análise de atributos quantitativos: variável discreta e contínua. Dados agrupados em classes. – Variável discreta; função cumulativa. – Variável contínua: tabelas de frequências; gráficos (histograma, polígono de frequências); função cumulativa. – Medidas de localização de uma amostra: moda ou classe modal; média; mediana; quartis. – Medidas de dispersão de uma amostra: amplitude; variância; desvio padrão; amplitude interquartis. – Discussão das limitações destas estatísticas. – Diagramas de “extremos e quartis”. <p><i>Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Diagrama de dispersão; dependência estatística; ideia intuitiva de correlação; exemplos gráficos de correlação. – Coeficiente de correlação e sua variação. – Definição de centro de gravidade e sua interpretação. – Ideia intuitiva de recta de regressão; sua interpretação e suas limitações. 	<p><i>Introdução ao cálculo de Probabilidades</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Experiência aleatória; conjunto de resultados; acontecimentos. – Operações sobre acontecimentos. – Aproximações conceptuais para Probabilidade: aproximação frequencista; definição clássica ou de Laplace; definição axiomática (caso finito); propriedades. – Probabilidade condicionada e independência; probabilidade da intersecção de acontecimentos. Acontecimentos independentes. <p><i>Distribuição de frequências relativas e distribuição de probabilidades</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Variável aleatória; função massa de probabilidade. – Modelo Binomial – Modelo Normal; histograma versus função densidade. <p><i>Análise Combinatória</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Arranjos completos, arranjos simples, permutações e combinações. – Triângulo de Pascal. – Binómio de Newton. – Aplicação ao cálculo de probabilidades.

No que concerne ao programa de Matemática B, com o tema de Estatística pretende-se promover nos alunos a organização e representação de dados, de modo a tirarem conclusões através de uma análise “crítica e sempre consciente dos limites de matematização da situação” (Ministério da Educação, 2001b, p. 23). É de salientar que, no programa de Matemática B como no programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, o tema de Estatística apresenta o mesmo desenvolvimento que o do programa de Matemática A, dando-se menor desenvolvimento ao tema das Probabilidades e não se incluindo o tema de Combinatória (Ministério da Educação, 2001c). No entanto, como refere Fernandes (2009), o programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais “destaca o estudo de relações entre variáveis qualitativas, do conceito de probabilidade total e da regra de Bayes e a introdução ao tópico da inferência estatística” (p. 3).

A valorização dos aspectos relacionados com a capacidade dos alunos utilizarem a Matemática na interpretação e intervenção do real, nomeadamente organizar, representar e interpretar dados estatísticos a partir de situações ligadas aos seus interesses e motivações, são frequentemente referidos no programa de Matemática português do ensino básico e secundário. Também o NCTM (2007) corrobora esta mesma opinião, recomendando ainda “um forte desenvolvimento” dos conteúdos relacionados com as probabilidades e estatística, “cujos conceitos e procedimentos deverão adquirir um maior grau de aprofundamento ao longo dos anos de escolaridade” (p. 52).

Este desenvolvimento, nos alunos, vai implicar um trabalho directo com os dados, cuja importância se prende com o envolvimento deles “em novas ideias e procedimentos” e no estabelecimento de conexões com “novas ideias e procedimentos do número, álgebra, medida e geometria” (NCTM, 2007, p. 52). Por sua vez, este envolvimento vai proporcionar “um ambiente natural para os alunos estabelecerem conexões entre a matemática e as outras disciplinas escolares e as suas experiências quotidianas”, sendo útil mais tarde no “trabalho e na vida futura dos alunos” (NCTM, 2007, p. 52).

Em síntese, podemos verificar que a importância do trabalho dos alunos na organização e tratamento de dados está relacionada com a compreensão dos conceitos essenciais de Estatística e a aplicação destes em situações do dia-a-dia.

2.2. O ensino e a aprendizagem da Estatística

Em Portugal, este tema foi introduzido, pela primeira vez, no currículo de Matemática do ensino secundário com a reforma do ensino da Matemática, que ficou conhecida por Movimento

da “Matemática Moderna”, na década de 60, do século passado. Durante este período e até ao fim dos anos noventa, desse século, a Estatística manteve-se no currículo de Matemática do ensino secundário, mas frequentemente não era leccionado por falta de tempo e pelo facto de o tema se localizar no final dos programas escolares.

Mais tarde, no início dos anos 90, o tema de Estatística foi introduzido nos programas escolares do 2.º e 3.º ciclos do ensino básico e aprofundado no ensino secundário. No entanto, apesar destes desenvolvimentos do tema no currículo, o ensino da Estatística no ensino básico e secundário não tem correspondido à importância que lhe é atribuída, continuando frequentemente a ser colocado em segundo plano, como se pode verificar no relatório *Matemática 2001: diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática* (APM, 1998), já anteriormente referido no capítulo 1.

O modo como a Estatística tem sido ensinada originou controvérsia e, por todo o mundo, investigadores, professores e matemáticos têm-se reunido para debater esta problemática. Em Portugal, num encontro que foi promovido para analisar os problemas relacionados com o ensino e a aprendizagem da Estatística do ensino básico e secundário, que se realizou em 2000, foram evidenciadas diversas perspectivas. Neste encontro verificou-se que uns valorizavam mais os aspectos matemáticos da Estatística, outros davam especial importância ao seu uso na análise e interpretação de dados e outros, ainda, davam maior relevância à sua função de descrever e argumentar sobre a realidade (Ponte & Fonseca, 2001). No entanto, como referem Ponte e Fonseca (2001), neste encontro observou-se unanimidade em considerar que a imagem da Estatística tinha que ser trabalhada de modo a ser reconhecida a sua importância.

Mas outros estudos se têm realizado no âmbito do ensino da Estatística, onde os professores envolvidos “reconhecem e valorizam algumas das recomendações actuais para o ensino da Estatística, sem, no entanto, as implementarem sistematicamente nas suas práticas pedagógicas” (Fernandes, 2009, p. 8).

Os autores que se têm dedicado ao estudo do ensino e aprendizagem da Estatística sugerem que este processo deve promover nos alunos o desenvolvimento da capacidade de comunicação, autonomia e solidariedade, bem como o “espírito crítico e o rigor na análise das problemáticas, a confiança nos raciocínios dos parceiros, o abordar as novas situações com interesse e iniciativa, avaliá-las cuidadosamente e, só depois, tomar decisões” (Carvalho & César, 2001, p. 3). Deste modo, e de acordo com Carvalho (2001), para que os alunos

obtenham um bom desempenho é necessário atender ao tipo de tarefas e ao modo como as realizam na sala de aula.

Também para o NCTM (1991) não chega que o aluno construa gráficos simples, leia os dados a partir deles e responda a questões específicas, pois, apesar da sua importância, uma abordagem deste tipo à Estatística limita o seu potencial. Advoga-se, ainda, que os alunos se devem envolver activamente em todo o processo de ensino e aprendizagem através de: “formulação de questões chave; recolha e organização dos dados; representação dos dados utilizando os gráficos, tabelas, distribuições de frequência e estatística elementar; análise dos dados; estabelecimento de conjecturas; e comunicação da informação numa forma convincente” (NCTM, 1991, p. 125). Por outro lado, o NCTM (1994) salienta que as actividades adequadamente escolhidas pelo professor proporcionam-lhe a oportunidade de conhecer melhor o pensamento e a compreensão dos alunos, estimulando-os a ir mais além.

Os alunos para compreenderem Estatística devem trabalhar directamente com os dados, pois somente deste modo se envolvem em novas ideias e procedimentos ao longo da escolaridade. Também Robert Hogg (1991) considera que o ensino deste tema deve dar uma grande importância “à aprendizagem da formulação de boas questões, ao modo eficaz de recolher dados, à sistematização e interpretação da informação recolhida e à compreensão das limitações da inferência estatística” (citado em Ponte et al., 2003, p 104). Ainda segundo Ponte et. al. (2003), para muitos autores, a Estatística deve ser trabalhada com recurso ao processo investigativo, deixando de lado os problemas rotineiros, pois só deste modo é que os alunos entendem qual a importância da Estatística na sociedade, sem deixar de considerar que a compreensão do uso de conceitos e representações estatísticas é fundamental para se entender quando essa utilização é feita de forma falaciosa ou não.

De acordo com Abrantes, Silva, Veloso e Profírio (2005), para o aluno aprender Matemática, é necessário que “faça” Matemática, pois só deste modo é que a compreende” e é “através de actividades matemáticas intencionais, das experiências que vive, que um indivíduo consolida, descobre ou inventa o conhecimento”, criando deste modo oportunidades que envolvam o indivíduo em “momentos genuínos de actividade matemática” (p. 35). O aluno ao aprender com as suas experiências, usando o pensamento estatístico em situações do dia-a-dia, dá mais valor ao tema em estudo e constrói o seu conhecimento (Snee, 1993).

Mais recentemente, de acordo com as normas do NCTM (2007), defende-se que na aprendizagem da Matemática é indispensável a compreensão de conceitos, pois esta “constitui

uma importante componente do conhecimento necessária para lidarmos com novos problemas e situações” (p.22). Os alunos aprendem Matemática mediante as experiências que os professores lhes propiciam e quando “desafiados com tarefas criteriosamente seleccionadas” (NCTM, 2007, p. 22). Especificamente, as tarefas de investigação constituem um bom meio para desafiar os alunos. Segundo Varandas e Nunes (1998), “as actividades de investigação e exploração caracterizam-se por partir de enunciados pouco claros e organizados e por exigir que sejam os próprios alunos a definir os objectivos, conduzir experiências, formular e testar conjecturas” (p.175).

A actividade investigativa proporciona aos alunos a proximidade com a Matemática ao se sustentar que o *aprender* Matemática se transforma em *fazer* Matemática (NCTM, 1991). É nesta actividade que as investigações merecem um lugar de destaque ao permitirem formular conjecturas, avaliar a sua plausibilidade, escolher testes para a validação ou rejeição das conjecturas e ainda procurar argumentos que as demonstrem, levantando novas questões de investigação (Abrantes et al., 2005). Como referem estes autores, as actividades de investigação

lidam com o essencial da natureza da actividade matemática (formulação e resolução de problemas); permitem uma melhor compreensão da natureza dos processos de fazer matemática (experimental/explorar, identificar padrões, formular e testar conjecturas, generalizar e demonstrar); estimular o pensamento globalizante (relacionando tópicos de matemática); permitem de forma significativa o trabalho diferenciado de alunos com competências e estilos cognitivos em matemática; facilitam o desenvolvimento integrado de atitudes, capacidades e conhecimentos. (p. 39)

Para Almeida (2002) “fazer” Estatística é adquirir competências para explorar, conjecturar, raciocinar, argumentar e comunicar, recorrendo a métodos e ferramentas que envolvam problemas não rotineiros, de modo a sintetizarem ideias e a estabelecerem relações e conclusões. Ora, estas orientações para o ensino da Matemática são também pertinentes, senão ainda mais, no ensino da Estatística.

A Educação Estatística, através da análise de dados, promove nos alunos a capacidade de comunicarem e raciocinarem, bem como a aprendizagem pela experiência, relacionando-a com a realidade (Fernandes et al., 2004, p. 170). Como refere Holmes (2000), a Estatística é mais do que um conjunto de técnicas, é uma disciplina prática dedicada ao tratamento de dados estatísticos, com vista a fazer afirmações que ultrapassam muitas vezes os dados. Também para Russel e Friel (1989) a resolução de tarefas Estatísticas deve desenvolver nos alunos hábitos de

pensamento através da formulação de questões e conjecturas, procurando padrões e construindo teorias (citado em Sousa, 2002, p. 29).

Para Carvalho e César (2001) a Estatística deveria proporcionar aos alunos um conhecimento relacional e não somente um conhecimento instrumental dos conceitos, ou seja, como refere Wielewski (2008), um conhecimento que se adquire através do “uso da inteligência” e não apenas recorrendo à memorização de fórmulas e regras.

A aprendizagem matemática deve ser considerada como um processo de *construção activa* do conhecimento (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999). Para estes autores, o conhecimento que os alunos produzem depende do tipo de actividades matemáticas que realizam e do modo como estão relacionadas com as suas próprias experiências.

Assim, a aprendizagem matemática deve resumir algumas ideias relacionadas com as competências matemáticas, essenciais à produção do conhecimento, nomeadamente: deve envolver os alunos em actividades significativas e adequadas ao desenvolvimento das suas capacidades; a aquisição de novos conhecimentos deve ser feita a partir da reflexão sobre as actividades que realizam; as actividades que os alunos realizam devem desenvolver neles a compreensão, o raciocínio e a resolução de problemas; a aquisição dos conceitos deve estabelecer relações entre o conhecimento anteriormente adquirido pelos alunos e as exigências das novas situações; os erros cometidos pelos alunos não devem ser ignorados, pois é através destes que se realiza uma melhor compreensão dos conceitos, contribuindo, deste modo, para uma aprendizagem significativa; deve-se ter em atenção a motivação do aluno e a natureza dessa motivação, bem como a concepção que os alunos têm da Matemática e do seu papel (Abrantes et al., 1999).

Para Abrantes et al. (1999) as competências matemáticas a serem desenvolvidas pelos alunos, que incluem conhecimentos de estatística e probabilidades, são essenciais em diversas áreas, especificamente ao nível científico, profissional, social e político, e contribuem para uma melhor compreensão de outros conteúdos matemáticos relacionados com os números, a medida e as representações gráficas, desenvolvendo aptidões matemáticas importantes, tais como a estimação e a resolução de problemas.

Para raciocinar estatisticamente é necessário que os alunos compreendam a análise dos dados, de modo a tornarem-se “cidadãos informados e consumidores inteligentes” (NCTM, 2007, p. 52).

De acordo com estudos realizados em Portugal e no estrangeiro, sobre a aprendizagem da Estatística, é necessário “ter em conta a natureza do seu conhecimento, o tipo de tarefas e as dificuldades dos alunos reveladas pela investigação empírica” (Fernandes, 2009, p. 3).

Segundo Garfield e Ahlgren (1988), os alunos procuram encontrar nos problemas estatísticos uma única solução, assim como o fazem com a Matemática, tornando-se deste modo numa procedência de dificuldades. Para Moore (1991) a Estatística é uma ciência matemática, mas não um ramo da Matemática, salientando algumas diferenças importantes entre as duas disciplinas:

- em Estatística, o contexto motiva os procedimentos e é fonte de significado e a base para a interpretação;
- a indeterminação, desordenação ou limitação de contexto na Estatística é marcadamente diferente da natureza mais precisa e finita que caracteriza a aprendizagem tradicional de outros domínios matemáticos;
- a necessidade de aplicação de cálculos precisos ou a execução de procedimentos está rapidamente a ser substituída pela necessidade do uso selectivo, ponderado e preciso de instrumentos tecnológicos e de software cada vez mais sofisticado;
- a natureza fundamental de muitos (mas não todos) problemas estatísticos é não terem uma solução matemática única. Antes, os problemas estatísticos realistas usualmente começam com uma questão e culminam com a apresentação de uma opinião que pode ter diferentes graus de razoabilidade;
- a principal meta da educação estatística é capacitar os alunos para apresentarem descrições, julgamentos, inferências e opiniões pensadas acerca de dados ou argumentar sobre as interpretações de dados, usando várias ferramentas matemáticas apenas na medida em que forem necessárias.

Os alunos têm que ser capazes de formular questões estatísticas, recolher, organizar e apresentar os dados estatísticos, seleccionar e usar métodos estatísticos adequados à análise de dados e desenvolver e avaliar inferências e previsões baseadas nos dados (Ministério da Educação, 1991a; Ministério da Educação, 1991b; NCTM, 2007).

O trabalho com actividades que envolvam a exploração de dados, relacionados com o quotidiano e resultantes da experiência dos alunos, é essencial que se faça a partir do pré-escolar e ao longo do 1.º ciclo, de modo que no 2.º e 3.º ciclos se realizem actividades de recolha e análise de dados e desenvolvam argumentos mais elaborados de situações mais complexas (Abrantes et al., 1999).

Para estes autores, as actividades estatísticas a desenvolver com os alunos devem incluir a discussão sobre os diferentes tipos de gráficos relativos a uma dada situação e sobre aqueles

que são mais adequados a essa mesma situação. É a realização deste tipo de actividades que contribui “para o desenvolvimento de uma capacidade extremamente importante: o sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada” (p. 98).

Ainda de acordo com as orientações metodológicas do novo Programa de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação, 2007), a aprendizagem da Matemática deve envolver o recurso às calculadoras e a computadores para efectuar cálculos e obter representações. Os alunos devem ainda experimentar diferentes formas de trabalho na sala de aula, como por exemplo o trabalho em pares, adequado à realização de pequenas tarefas, ou o trabalho em grupo, apropriado ao desenvolvimento de pequenos projectos em temas como a “Organização e tratamento de dados” e na realização de tarefas de natureza investigativa.

Também segundo o NCTM (1991,1994), os professores devem procurar actividades que vão ao encontro dos interesses dos alunos, focando aspectos que digam respeito a eles próprios, de modo a motivá-los. Assim, no estudo da Estatística, os dados recolhidos, organizados e analisados devem ser “interessantes e relevantes”, bastando para isso escolher contextos de aplicação que lhes sejam familiares (NCTM, 1991, 2007).

No relatório *Matemática 2001: diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática* (APM, 1998) preconiza-se que “a prática pedagógica deve valorizar tarefas que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos (nomeadamente, resolução de problemas e actividades de investigação)” (p. 44). Efectivamente, em contraste com as tarefas em que apenas é requerido dos alunos a obtenção de respostas correctas, algumas tarefas são adequadas a uma boa abordagem dos conteúdos e processos ao exigirem que eles especulem e pesquisem outras opções e decidam sobre a validade das suas abordagens (NCTM, 1994).

É reconhecido por diversos autores que os alunos sentem dificuldades, cometem erros e enfrentam obstáculos ao nível da Estatística elementar. Na tabela 4 são referidos erros e dificuldades em Estatística, revelados por alunos de 7.º e 12.º anos e futuros professores do 1.º e/ou 2.º ciclo do ensino básico.

Tabela 4: Dificuldades e erros em Estatística de alunos do 7.º ano, 12.º ano e futuros professores do 1.º e do 2.º ciclos (Fernandes, 2009, p. 5)

Dificuldades e erros	7.º ano	12.º ano	Futuros professores
Frequência relativa: no denominador da fracção colocar o valor da frequência absoluta e confundir o conceito de frequência absoluta com o de frequência relativa.	✓		
Gráficos: interpretar a informação presente num gráfico e identificar a variável em estudo e saber como a colocar no sistema de eixos.		✓	

Gráfico circular: estabelecer a proporção para encontrar o valor do ângulo, orientar o transferidor para marcar o sector circular e legendar o gráfico.	✓		
Gráfico de barras: decidir em qual dos eixos colocar a variável, construir a escala e legendar o gráfico.	✓		
Média: cálculo da média simples de duas médias dadas para determinar a média ponderada (lei do fecho).		✓	✓
Determinar um conjunto de dados, conhecidas a média, a mediana e a moda desse conjunto.		✓	
Inverter o algoritmo da média (raciocínio por tentativa e erro, lei do fecho, não ponderaram as médias dadas, uso incorrecto da fórmula da média e resolução errada da equação).			✓
Possibilidade/impossibilidade da média e moda tomarem certos valores dados.			✓
Âmbito de aplicação da média (variável nominal, média das frequências).		✓	✓
Âmbito de aplicação da mediana (variável nominal).		✓	
Determinar a média de dados agrupados (média das frequências e dos valores da variável).	✓		✓
Determinar a mediana de dados agrupados (metade da amplitude dos dados, mediana dos valores da variável, mediana das frequências, tomar a mediana pela sua localização, ignorar o valor zero e tomar a moda pela mediana).	✓		✓
Moda: seleccionar a maior frequência em vez do valor da variável estatística que lhe corresponde.	✓		✓
Propriedades da média e da mediana.			✓
Atribuir significado às medidas de tendência central.		✓	
Justificar argumentos sem ser através do cálculo das estatísticas utilizadas.	✓		
Seleccionar a estatística que melhor representa uma distribuição.	✓		✓
Localizar a média, mediana e moda em distribuições assimétricas e simétricas.		✓	
Planear os passos para realizar um estudo estatístico.	✓		

No que diz respeito à aprendizagem da Estatística, e como se pode constatar pela Tabela anterior, são muitas as dificuldades encontradas pelos alunos, nomeadamente no que concerne aos conceitos e interpretação das medidas de tendência central, à representação, análise e interpretação gráfica e à selecção das medidas que melhor representam uma distribuição. Estas dificuldades, por vezes, têm origem num ensino “superficial e desadequado, assente em tarefas cujo objectivo principal é dar a conhecer os vários tipos de gráficos estatísticos e os algoritmos das diferentes medidas, bem como desenvolver destrezas técnicas e não um entendimento significativo das mesmas” (Fernandes et al., 2007, p. 36).

Também, como refere Abrantes et al. (1999), por vezes os alunos aceitam, sem contestar, resultados de estudos baseados em amostras pequenas ou construídos incorrectamente, acreditam, sem plausibilidade, que a diferença de médias entre dois grupos é significativa ou por vezes expressam convicções erradas em relação a determinadas situações, tais como afirmarem que a probabilidade de sair a combinação 1, 2, 3, 4, 5 e 6 no totoloto é menor que sair 10, 20, 24, 30, 35 e 37.

Em suma, e mediante o que foi descrito, afigura-se pertinente para Abrantes et al. (1999) que, no que diz respeito à aprendizagem da *Organização e análise de dados*, os alunos devem ser capazes de recolher, organizar, analisar e representar dados estatísticos de um modo apropriado, bem como comunicarem e argumentarem as interpretações que realizam desses dados. Para que tal aconteça, é importante que construam tabelas ou gráficos que lhes permitam visualizar a situação em estudo.

Os alunos devem igualmente desenvolver uma compreensão de argumentos baseados na análise de dados numéricos, através da utilização de métodos estatísticos que lhes permitam compreender a informação que lhes é fornecida de um modo crítico e questionando-se, por exemplo, sobre os significados das medidas de tendência central e a sua adequação para a caracterização de uma distribuição (Abrantes et al., 1999).

Para estes autores a estatística e as probabilidades devem ser utilizadas na comunicação e resolução de problemas, argumentando que “a capacidade de gerar opiniões claras, fundamentadas e criativas constitui um aspecto central na análise e interpretação de dados estatísticos”, salientando que depois de realizada uma análise e avaliação dos diferentes fundamentos, os alunos devem “comunicar a informação de uma forma convincente, sabendo utilizar uma terminologia adequada” (p. 104).

2.3. Construção, leitura e interpretação de gráficos

Desde o Paleolítico Superior (40.000 a.C.) que as gravuras rupestres, representadas por imagens pictóricas ou outros símbolos, nome que se dá às gravuras rupestres, são usadas para representar o número de pessoas, animais ou objectos. Como refere Curcio (1989), quando as formas de comunicação escrita eram pouco desenvolvidas, o Homem usava este tipo de representações para efectuar registos de estatística simples.

No entanto, foi com René Descartes, filósofo, físico e matemático francês, a partir do século XVII, que se assistiu a uma evolução significativa do gráfico no sentido moderno (Curcio,

1989). Para tal, muito contribuiu a criação do sistema cartesiano, que desempenhou um papel importante no desenvolvimento de produções gráficas (Monteiro, 1999; Monteiro & Selva, 2001). Em 1786, com William Playfair, engenheiro e economista escocês, foram criados alguns dos gráficos actualmente mais importantes, tal como o gráfico de barras, o gráfico de linhas e o gráfico circular (Silva, 2006; Wainer, 1992, 2005).

Segundo Curcio (1989), os “gráficos providenciam um meio de comunicarmos e classificarmos dados” (p. 1), permitindo a comparação destes e mostrando as relações matemáticas que muitas vezes não podem ser facilmente reconhecidas na forma numérica. Tal como salienta Monteiro (1999) e Monteiro e Selva (2001), os gráficos são uma “ferramenta cultural” que nos permite ampliar a nossa capacidade de tratar a informação estatística e estabelecer relações entre os diferentes tipos de informação.

Estando os gráficos tão presentes na comunicação social e no nosso dia-a-dia, é natural que os nossos alunos aprendam a ler e interpretar gráficos mesmo antes de os ensinarmos. No entanto, tal facto não implica que eles saibam o que é um gráfico, qual o seu significado e da importância que têm na nossa sociedade actual (Carvalho, 2009). Em consequência, para Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2010), estando os gráficos frequentemente presentes no dia-a-dia e na sala de aula, eles são, para além de um instrumento cultural, “um conteúdo escolar uma vez que a escola é a instituição responsável pelo ensino de conhecimentos desenvolvidos pela sociedade ao longo da história” (p. 735).

Num estudo realizado por Carvalho (2001), com alunos do 7.º ano de escolaridade, durante a realização de tarefas estatísticas que não exigiam a construção de um gráfico, verificou-se que os alunos preferiam esta forma de apresentação de resultados. Para Carvalho (2009), esta concepção “é reveladora de um conhecimento social associado aos gráficos” (p. 30), facilita a leitura e a comunicação de dados e evidencia a ideia da transparência dos gráficos.

Num estudo realizado no Brasil por Cavalcanti et al. (2010), acerca dos gráficos utilizados pela comunicação social, nomeadamente jornais diários, revistas semanais e mensais, verificou-se que os gráficos de barras são os mais frequentemente utilizados. No entanto, também os pictogramas, gráficos de linhas e circulares surgem com bastante frequência. Dos meios de informação analisados, verificou-se, ainda, que os mais lidos pelas sociedades mais evoluídas continham uma maior quantidade de gráficos, concluindo-se deste modo que cada vez mais este

tipo de representações deve fazer parte do processo de ensino e aprendizagem (Cavalcanti et al., 2010).

São os gráficos que aparecem nos diferentes meios de comunicação que fazem da sua construção, leitura e interpretação uma parte importante do currículo da Matemática, pois estando o aluno perante diferentes tipos de gráficos está igualmente perante diferentes tipos de raciocínio (Wall & Benson, 2009). São estes que nos permitem representar criticamente e de forma reduzida os dados estatísticos, requerendo a sua análise o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio estatístico (Shaughnessy, 2007).

No entanto, para Shaughnessy (2007), uma boa *performance* em Estatística não se desenvolve apenas por intuição, exigindo um trabalho continuado e criterioso. Tal como referem Friel et al. (2001), a compreensão dos gráficos, criados por nós ou terceiros, depende da capacidade que se tem para extrair os seus significados. Para estes autores, se realizarmos diferentes níveis de questionamento sobre um gráfico estamos a provocar diferentes níveis de compreensão, além de que a compreensão de um gráfico depende “da sua finalidade, das características das perguntas, das características da disciplina e das características do leitor” (p. 132).

Ainda para Cavalcanti et al. (2010), ao se interpretar os dados representados nos gráficos estatísticos é essencial desenvolver-se *competências técnicas* que nos permitam dominar a construção dos mesmos. Por outro lado, “as representações gráficas só fazem sentido se forem utilizadas como forma de auxiliar a compreensão de um determinado fenómeno” (p. 742).

Num estudo realizado por Ruiz, Arteaga e Batanero (2009), em que participaram 101 futuros professores do ensino primário, concluiu-se que obtiveram um melhor desempenho na leitura e interpretação de gráficos aqueles que obtiveram um melhor desempenho na construção dos mesmos. Ponderando os resultados do estudo, estes autores consideram que a interpretação de gráficos se revelou uma “habilidade altamente complexa” (p. 72). Tal afirmação é fundamentada na constatação de que muitos alunos não realizaram uma interpretação correcta dos gráficos que construíram ou então nem sequer os interpretaram. Estas dificuldades detectadas por Ruiz et al. (2009) foram também descritas, em estudos com futuros professores, por Espinel e Bruno (2005), Espinel (2007) e, mais recentemente, Espinel et al. (2009).

Estas dificuldades, como referem Wall e Benson (2009), podem estar relacionadas com o facto de os gráficos (construção, leitura e interpretação de gráficos) constituírem um conteúdo do

currículo da Matemática em que os professores sentem maior desconforto ao ensinar, como comprovam Monteiro e Selva (2001) num estudo que realizaram com professores em serviço.

Contudo, algumas investigações apontam outras causas para as dificuldades diagnosticadas nos alunos, designadamente a concepção dos professores de Matemática sobre o ensino da Estatística ou a exposição dos alunos a um tipo de ensino pouco exigente, no que diz respeito à construção e interpretação de gráficos. Por exemplo, num estudo realizado por Fernandes et al. (2004), com professores de Matemática, a percepção sobre o tema da Estatística, leccionado no ensino básico, não suscitava quaisquer dificuldades devido à “simplicidade dos conceitos”. Também num estudo realizado por González e Pinto (2008), futuros professores de Matemática afirmaram considerar a Estatística a parte mais fácil do ensino da Matemática, apesar do escasso conhecimento que revelaram ter sobre gráficos estatísticos.

No caso dos gráficos também Wainer (1992) os considera de fácil compreensão, porque as pessoas são perspicazes a observá-los, mesmo perante gráficos que contenham eventuais falhas.

Num outro estudo realizado por Fernandes et al. (2007), que incidiu sobre o ensino da Estatística de três professoras do 3.º ciclo do ensino básico e secundário, observou-se “uma exploração dos gráficos que se limita a leitura e a transformação de informação neles explícita” (p. 42).

No entanto, muitas das investigações referidas em Shaughnessy (2007) confirmam as dificuldades que os alunos têm em ler e interpretar gráficos de barras, gráficos de linhas, diagramas de caule-e-folhas, diagramas de extremos e quartis, diagramas de dispersão e histogramas.

Para colmatar tais dificuldades, Pereira-Mendoza (1995) recomenda que os alunos analisem os pressupostos subjacentes à classificação de dados e à interpretação do seu significado, discutam e explorem a possibilidade de representarem os dados de modos diferentes e conjecturem a partir dessas representações. Assim, direccionando a “atenção para representações alternativas, os professores podem ajudar os alunos a deslocarem-se da mera representação gráfica e tabulação dos dados para aspectos mais críticos do sentido do gráfico” (citado em Shaughnessy, 2007, p. 988).

A partir dos resultados deste estudo, Shaughnessy (2007), tal como Carvalho (2009), sugere que os professores incluam nas actividades de sala de aula diferentes tipos de

representações gráficas e que para além da construção de gráficos discutam o seu significado e a sua interpretação.

A quantidade de gráficos com que nos deparamos na comunicação social e no dia-a-dia torna pertinente que o ensino da Estatística faça parte do ensino e da aprendizagem escolar, especificamente no que diz respeito à construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos.

2.3.1. Construção de gráficos

Quando se constrói um gráfico é de extrema relevância a sua compreensão, pois permite-nos fundamentar cientificamente a sua construção e a sua escolha. Mas como refere Silva (2006), não é fácil a construção de um gráfico que informe, de um modo legível e coerente, sobre os dados que pretende representar. Um gráfico deve-nos permitir apresentar, de modo compreensível e atractivo, informações que de outro modo seriam difíceis de interpretar. Pois como refere Wainer (1992), um gráfico bem construído leva à “formulação de questões mais profundas” (p. 16).

Quando os alunos constroem um gráfico realizam uma série de acções e usam conceitos e propriedades que variam mediante o tipo de gráfico (Ruiz et al., 2009).

Ponte (1984), num seu estudo sobre a construção de gráficos cartesianos, detectou nos alunos dificuldades com a identificação das variáveis dependentes e independentes, tendo sido estas mais fáceis de identificar em contextos familiares. Encontrou, ainda, erros ao nível da marcação das escalas, no que diz respeito à não uniformização entre elas.

No estudo de Ruiz et al. (2009), já referido, a respeito da compreensão de uma distribuição a partir da construção dos gráficos para a representarem, das medidas de posição central e de dispersão que calcularam e da interpretação que fizeram sobre os dados, salienta-se que do total de 101 alunos somente 88 produziram algum tipo de gráfico.

Neste estudo constatou-se que os alunos apresentaram dificuldades relacionadas com a construção dos gráficos. No que diz respeito ao gráfico de barras simples, verificou-se que as barras não se centravam nos valores do eixo das variáveis, as escalas não estavam uniformemente divididas. Verificou-se, ainda, a ausência de título e de rótulos nos eixos OX e OY. Outras dificuldades foram detectadas, nomeadamente: a representação num mesmo gráfico de duas variáveis não comparáveis, revelando falta de compreensão do propósito dos gráficos conjuntos; a incorrecta representação dos valores das frequências no eixo OX e dos valores da variável no eixo OY, revelando desconhecimento do conceito de variável aleatória; construção de

gráficos diferentes para comparar duas distribuições; utilização de escalas diferentes na construção de dois gráficos, dificultando, deste modo, a comparação de ambos; e barras dos histogramas não coincidentes com os extremos dos intervalos. Observaram, ainda, a existência de construções em que os valores das frequências não coincidiam com os considerados nas escalas.

Também para Espinel et al. (2009) a construção de um gráfico apresenta dificuldades específicas ao estar associada à construção de tabelas e ao envolver variados conceitos, como escalas, origem dos eixos, variável independente e dependente, coordenadas, variáveis discretas e contínuas e distribuição de frequências. Por exemplo, segundo estes autores, a dificuldade associada à construção do pictograma prende-se com a construção das imagens pictóricas ou símbolos, e no caso do diagrama de caule-e-folhas a dificuldade relaciona-se com a noção de número e com a eventualidade do caule não possuir dados ou a estes ser atribuído o valor zero.

Ainda em Espinel et al. (2009), no caso do gráfico de barras simples e do histograma, as dificuldades detectadas relacionam-se com os procedimentos de construção. Na construção de gráficos de barras simples, para representar variáveis quantitativas discretas, os alunos marcam os valores da variável no eixo OX como se se tratasse de um histograma, colocando-os nos extremos e não no meio das barras. Do mesmo modo, utilizam o processo contrário na marcação das variáveis em relação à construção dos histogramas. Nestes gráficos também se verificaram dificuldades associadas à marcação das escalas, nomeadamente escolhendo uma escala inadequada ao conjunto de dados e marcando escalas em ambos os eixos com um número de divisões insuficientes e que não contemplavam o ponto de origem. Ainda em relação aos histogramas, os estudantes cometeram erros relacionados com a construção de barras separadas, com a etiquetagem incorrecta das barras e a omissão dos intervalos de frequência nula.

Num estudo realizado por Doig e Groves (1999), relacionado com a construção das barras, num gráfico de barras simples, verificou-se que em 102 crianças do final do ensino primário, mais do que 50% conseguiram construir as barras correctamente e demonstraram aptidão para interpolarem os valores do eixo OY, sempre que necessário. No entanto, das restantes crianças, aproximadamente 25% revelaram ter dificuldades com a leitura da escala do eixo OY, não utilizando os valores intermédios desse eixo.

Num estudo, envolvendo alunos do 7.º ano de escolaridade, Carvalho (2001) constatou que as dificuldades associadas à construção de gráficos estatísticos se relacionavam com a

grandeza dos dados e por se tratar de duas distribuições. Estas dificuldades revelaram outras, referentes à marcação de uma escala adequada à grandeza dos valores é à conjugação de duas distribuições num mesmo gráfico. Para colmatarem tais dificuldades, alguns alunos optaram pela construção de dois gráficos de barras simples, mas onde a dificuldade associada à marcação da escala continuava presente. Outros alunos decidiram pela construção de um gráfico de barras empilhadas e resolveram o problema da escala considerando a unidade o milhar. Ainda neste estudo, a autora detectou dificuldades no que diz respeito à construção de gráficos circulares e à medição dos ângulos com recurso ao transferidor ou à determinação destes, neste último caso associadas à aplicação da *regra de três simples*. Neste tipo de construção a presença de uma legenda era visivelmente dispensável, sendo mais importante o aspecto gráfico do que a transmissão de uma informação sobre o mesmo (Carvalho, 2001).

Em Espinel et al. (2009), num estudo sobre a construção de gráficos, relativamente aos gráficos circulares revelaram-se dificuldades diversas. Nos gráficos circulares as dificuldades relacionaram-se com os conceitos de proporção, percentagem e ângulo. Já nos gráficos de extremos e quartis as dificuldades advêm sobretudo da interpretação, quando comparam a dimensão da caixa com a percentagem dos dados, ao afirmarem que à maior caixa corresponde a maior percentagem.

Assim, face às dificuldades identificadas e descritas anteriormente, para Espinel et al. (2009) é relevante que se repense o ensino desta temática, salientando-se a pertinência de: diferenciar o estudo dos gráficos de barras para variáveis qualitativas e quantitativas discretas; dos histogramas para variáveis contínuas ou agrupadas em intervalos; analisar os gráficos estatísticos que se nos deparam na comunicação social, de modo a aprender a ler a informação neles contida; e promover a utilização de histogramas e polígonos de frequência, de modo a perceber como se distribuem determinadas variáveis.

A compreensão de um gráfico pressupõe saber lê-lo, tarefa que implica que o aluno saiba distinguir a realidade daquilo que está representado (Arteaga, Batanero, Díaz & Contreras, 2009). No entanto, como referem estes autores, esta distinção requer conhecimentos sobre os elementos do gráfico, que nem sempre os alunos possuem, e que são segundo Curcio (1989) o título, os rótulos dos eixos e as escalas, essenciais na compreensão das relações representadas nos gráficos; os conceitos matemáticos implícitos; e as convenções específicas utilizadas em cada tipo de gráfico, tal como a dimensão de um sector circular ser proporcional à frequência que representa.

Segundo Cavalcanti et al. (2010), no que diz respeito aos elementos dos gráficos que surgem na comunicação social, o título aparece com bastante frequência expressando, contudo, a interpretação que interessa aos editores. A legenda é pouco utilizada e a escala é frequentemente pouco clara, apresentando erros nas medidas, evidenciando, deste modo, erros de proporcionalidade entre as alturas das barras e os valores apresentados.

Assim, atendendo ao que foi referido anteriormente, um gráfico, dependendo do tipo, deve ser constituído pelos elementos indicados por Curcio e ainda pela legenda e linhas auxiliares (Silva, 2006). Além destes elementos, os gráficos são, ainda, constituídos por duas áreas: a área do desenho do gráfico e a exterior ao gráfico (Silva, 2006; Wallgren, Wallgren, Persson, Jorner & Haaland, 1996).

Na área exterior temos o título, que deve estar escrito por cima do gráfico, na horizontal e alinhado à esquerda ou centrado, a legenda e os rótulos. Sendo o título o elemento que descreve, de um modo sucinto e claro, o que queremos exibir no gráfico, ele deve conter a informação essencial para uma interpretação correcta deste (Silva, 2006; Wallgren et al., 1996). Os rótulos constituem a identificação dos eixos das frequências e das categorias ou variáveis e devem fazer referência às unidades adoptadas (Silva, 2006), no caso dos valores numéricos. A legenda, que pode estar no desenho do gráfico ou no exterior, é constituída por símbolos e respectivas designações (Silva, 2006). Se estiver no exterior do gráfico, ela deve ser colocada abaixo e à direita deste (Wallgren et al., 1996).

Na área do desenho do gráfico encontram-se os eixos das frequências e das variáveis e as linhas auxiliares. Nestes eixos, construídos segundo linhas rectas, estão as variáveis ou categorias que se pretendem representar. Se forem numéricas devem ser colocadas da esquerda para a direita no eixo OX e de baixo para cima no eixo OY, a partir do valor mínimo, que normalmente é o zero (Wallgren et al., 1996). As linhas auxiliares, apesar de menos salientes, são essenciais para uma leitura correcta e comparações adequadas dos dados (Wallgren et al., 1996). Segundo Silva (2006), estas são normalmente horizontais, mas no caso dos gráficos de linhas podem ser verticais de modo a auxiliar a leitura dos valores.

Para Friel et al. (2001), a estrutura de um gráfico dá-nos informação sobre o tipo de medições que estão a ser utilizadas e os dados que estão a ser medidos. Assim, para estes autores, um gráfico é constituído por quatro elementos: a dimensão visual do gráfico, designada por *especificadores (specifiers)*, usada para representar os valores dos dados, como por exemplo as barras num gráfico de barras; as *etiquetas (labels)*, que designam os nomes que se dá a cada

um dos elementos dos *especificadores*, tal como a barra de um gráfico de barras; o *título* do gráfico, que pode ser considerado um tipo de etiqueta; e, ainda, o *fundo* do gráfico, que pode incluir qualquer coloração, rede e fotos sobre os quais o gráfico pode ser sobreposto. No entanto, para estes autores, para além destes quatro elementos, cada gráfico está associado à sua própria linguagem, permitindo, desta forma, que se discuta sobre os dados apresentados.

Gráfico de barras simples

O gráfico de barras simples é uma das representações fundamentais, pois é de fácil construção e leitura (Wallgren et al., 1996). Este tipo de gráfico é utilizado, normalmente, para comparar variáveis quantitativas discretas ou qualitativas (Wallgren et al., 1996) e é expresso por barras com uma largura uniforme, cuja altura ou comprimento é proporcional à quantidade que representam (Curcio, 1989; Monteiro, 1999). Estes gráficos representam os dados segundo categorias e permitem-nos fazer comparação entre elas através das alturas ou comprimentos das barras, que indicam a frequência absoluta ou frequência relativa (Wall & Benson, 2009).

Este tipo de gráfico é composto por dois eixos perpendiculares, devidamente etiquetados, que se interceptam num ponto, que normalmente é o zero. Neste gráfico, as frequências podem ser colocadas no eixo OX ou OY, ou seja, as barras podem ser horizontais ou verticais. É de salientar que o gráfico de barras horizontais é adequado para mostrar as diferenças entre os dados, incitando um efeito visual diferente (Silva, 2006; Wallgren et al., 1996). Recomenda-se o uso do gráfico de barras horizontais para variáveis qualitativas com designações extensas ou quando estamos perante um número elevado de valores da variável (Wallgren et al., 1996). No entanto, se pretendermos representar valores negativos, o gráfico mais adequado é o de barras verticais, pois permite representar os valores em barras com posição descendente, tornando, deste modo, mais clara a interpretação (Silva, 2006). O mais comum é o gráfico de barras verticais pois é este que surge com mais frequência nos livros didáticos (Carvalho, 2009).

Na construção de um gráfico de barras simples, o espaçamento entre as barras deve ser aproximadamente igual à largura das barras, pois se for demasiado grande dificulta a comparação dos dados e se for demasiado próximo parece-se com um histograma (Silva, 2006; Wallgren et al., 1996).

Gráfico de barras agrupadas

Os gráficos de barras agrupadas são usados para descrever duas ou mais categorias para uma dada variável. No entanto, como “este processo é tanto mais difícil quanto maior for o número de categorias representadas”, não é aconselhável usar este tipo de gráfico para mais do

que três ou quatro categorias por variável (Silva, 2006, p.100). As barras devem estar unidas e a distinção entre elas é feita através de cores ou padrões. Os grupos devem estar separados por um espaço em branco de modo a se poder fazer a distinção entre eles. Estes grupos são representados distintamente, de acordo com a legenda. Em termos visuais, primeiramente comparam-se as categorias que formam a legenda e seguidamente as que constam no eixo das categorias (Silva, 2006).

Gráfico de barras empilhadas

Os gráficos de barras empilhadas ou sobrepostas utilizam-se quando o conjunto de dados contém duas ou mais categorias, dividindo cada barra no número de categorias, com cores ou padrões diferentes (Wallgren et al., 1996). A sobreposição das barras permite reduzir a área do gráfico, bem como reter mais informação. Uma desvantagem deste tipo de gráfico é o facto da frequência da primeira categoria poder comprometer a leitura das restantes. No entanto, este tipo de gráfico é ideal para os casos em que os valores de uma categoria são inferiores ao da outra ou então para indicarem a soma dos valores das categorias (Silva, 2006).

Histograma

Sendo o histograma uma das principais ferramentas gráficas utilizada no ensino da Estatística, que nos permite compreender e descrever distribuições de dados, na sua compreensão está a base do conhecimento dos conceitos de variabilidade e distribuição (Lee & Meletiou-Mavrotheris, 2003).

Os histogramas, bem como os gráficos de barras simples, entre outros, são o resultado da transformação de dados estatísticos numa outra forma de representação completamente diferente, que permitem desenvolver o raciocínio estatístico e contribuem para uma melhor compreensão dos conceitos estatísticos (Lee & Meletiou-Mavrotheris, 2003). Para Lee e Meletiou-Mavrotheris (2003) a compreensão dessa transformação é um desafio e o ensino da Estatística precisa de encontrar maneiras de apoiá-lo.

O histograma, tal como o gráfico de barras verticais, tem uma configuração semelhante e usa as áreas das barras para representar a frequência. No entanto, ao invés dos gráficos de barras que representam as frequências das categorias (por exemplo, cor, sexo, escola), os histogramas representam frequências de intervalos de dados numéricos (por exemplo, intervalos de pesos) (Wall & Benson, 2009). Deste modo, a área de cada barra representa “o número ou percentagem de observações dentro do intervalo respectivo, consoante se utilizem frequências absolutas ou relativas” (Silva, 2006, p. 165).

O histograma é um gráfico de barras unidas, adequado para variáveis contínuas (Silva, 2006; Wallgren et al., 1996). Por estarem associados ao conceito de conjuntos de dados contínuos, Shaughnessy (1996) considera-o de difícil construção e interpretação. Para este autor o conceito de eixo contínuo é um conceito bastante complexo que contribui para a dificuldade que os alunos têm na compreensão de um histograma.

No entanto, se uma variável discreta apresentar uma grande disparidade de valores distintos, estes podem ser agrupados, e assim recorrer-se ao uso do histograma (Silva, 2006). Este tipo de representação, também designada por diagrama de áreas, “permite indicar visualmente o perfil da distribuição, designadamente a existência de simetria, enviesamentos, achatamento, valores extremos e vários picos”, sugerindo, assim, se a variável segue ou não uma distribuição normal (Silva, 2006, p. 166). Se as barras tiverem bases iguais, então as suas alturas ou comprimentos são proporcionais às respectivas frequências (Silva, 2006; Wallgren et al., 1996). Como referem Wallgren et al. (1996), é relativamente complicado construir e ler histogramas com classes de diferentes amplitudes, recomendando a construção de histogramas com classes da mesma amplitude. Quando estamos perante classes com amplitudes diferentes as alturas dos rectângulos não são proporcionais às frequências que representam.

Pictograma

O pictograma é utilizado para representar quantidades de objectos ou pessoas, através de símbolos que são colocados sobre um eixo horizontal ou vertical, devidamente etiquetado. Para Silva (2006), este tipo de representação tem características “*decorativas*” e constitui uma apresentação “*superficial*”, sendo o contacto com a imagem “*leve*” e destinado a um público de “*nível educacional médio ou baixo*” (p. 33).

Este tipo de gráfico é usado para variáveis quantitativas discretas, podendo os símbolos ser do mesmo tamanho e forma (Curcio, 1989) se a cada um se atribuir um valor adequado ao tamanho da variável (Silva, 2006). Este tipo de gráfico, mesmo que utilizado sem legenda, é perfeitamente compreendido pelos alunos jovens, pois o símbolo é extremamente revelador do que se pretende, podendo, no entanto, a sua divisão ser um obstáculo para algumas crianças (Curcio, 1989).

Contudo, os pictogramas mais utilizados são os que se baseiam no tamanho do símbolo proporcional à variação da variável (Silva, 2006). Nestes, como refere Silva (2006), é frequente encontrar imagens, especialmente na comunicação social, que aumentam a largura e a altura da

figura e não preservando a proporcionalidade entre a área e a frequência, obtendo-se, assim, uma representação errada da informação.

Gráfico de linhas

Os gráficos de linhas permitem-nos representar tendências e evoluções de uma ou mais variáveis contínuas (Curcio, 1989; Silva, 2006), e são particularmente adequados para representar séries temporais ou cronológicas. Os pontos são marcados no espaço de dois eixos perpendiculares, ligados por linhas rectas ou quebradas, que sugerem continuidade, sendo a divisão efectuada nos eixos uniforme (Silva, 2006). O gráfico com mais do que uma linha permite-nos comparar mais do que uma variável; contudo não se deve ter mais do que três linhas por gráfico porque se torna de difícil leitura (Wallgren et al., 1996). Quando são muitas as variáveis é preferível substituir este tipo de gráficos por um gráfico de barras agrupadas, de modo a não se obter muitas linhas sobrepostas (Silva, 2006). Ainda segundo Silva (2006), o espaçamento entre os valores da variável deve ser uniforme e a variável do eixo das categorias deve ser quantitativa, pois entre duas ou mais categorias qualitativas a ordenação não tem qualquer significado.

Segundo Wallgren et al. (1996), neste tipo de representações gráficas o objectivo é comparar os declives das linhas de modo a poder-se responder a questões do tipo: “Em que períodos a variação foi significativa? Onde estão os pontos de inflexão?” (p. 36). Para estes autores este tipo de gráfico dá uma imagem clara da evolução dos dados.

Gráfico circular

O gráfico circular é constituído por um círculo, dividido em sectores através de segmentos de recta que partem do centro do círculo. Estes sectores são proporcionais à quantidade que representam (Monteiro, 1999), correspondendo cada um a um ângulo, que no todo formam um ângulo de 360° . Este tipo de gráficos é usado quando se pretende comparar as partes entre si e com o todo (Curcio, 1989).

Este tipo de gráfico é pouco aconselhável quando existem muitos sectores ou sectores muito pequenos (Silva, 2006). Também Curcio (1989) refere que este tipo de gráfico só deve ser introduzido no currículo da Matemática após a aprendizagem das fracções, embora a sua construção não depende só da compreensão das fracções, mas também da habilidade para usar o compasso e o transferidor, sendo, por este facto, o mais difícil de ser construído. Para Wall e Benson (2009), uma vantagem de estudar os gráficos circulares é desenvolver nos alunos a habilidade com as percentagens e as estimativas.

Diferentemente dos gráficos de barras, a vantagem em utilizarmos os gráficos circulares é permitir-nos comparar uma parte com o todo, ou seja, uma categoria com o conjunto total de dados (Wall & Benson, 2009). No entanto e segundo alguns estudos, como refere Silva (2006), é mais fácil interpretar um gráfico de barras do que um gráfico circular, pois estimar o comprimento ou altura das barras é mais preciso que estimar ângulos.

Diagrama de caule-e-folhas

O diagrama de caule-e-folhas utiliza-se quando os dados não são muito numerosos (Silva, 2006). Segundo Silva (2006), a sua imagem é semelhante ao histograma, pois permite observar com celeridade quais os valores com maior frequência. A base da construção de um gráfico de caule-e-folhas está na separação de cada dado em duas partes: o “caule” e a “folha”. Na representação dos dados tem-se em atenção a ordem de grandeza a representar, escolhe-se o(s) dígito(s) dominante(s) e coloca-se ao longo de um eixo vertical, do lado esquerdo. Estes dígitos constituem os caules. O dígito que está a seguir aos referidos anteriormente colocam-se do lado direito do eixo, em frente ao respectivo caule. Estes dígitos são as folhas. As folhas são registadas à medida que vamos percorrendo o conjunto dos dados. Na representação final, ordenam-se por ordem crescente as folhas fixadas em cada caule.

Recentemente este tipo de gráfico foi introduzido no Programa de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação, 2007). Para Curcio (1989), este tipo de gráfico é mais fácil de construir que o gráfico de barras simples, apesar de o considerar de difícil leitura. Murteira, Ribeiro, Silva e Pimenta (2002) designam-no como um *método semi-gráfico* por se tratar de “uma solução de compromisso entre uma tabela e um gráfico” (citado em Silva, 2006, p. 169).

Diagrama de extremos e quartis

O diagrama de extremos e quartis é uma representação gráfica que se faz à custa de cinco números, três dos quais calculados a partir dos dados e os outros dois resultantes da observação dos dados. Dois desses números são designados por extremos e dizem respeito aos valores mínimo e máximo dos dados apresentados. Aos restantes três valores dá-se o nome de quartis, especificamente o 1.º quartil ou Q1, o 2.º quartil, Q2 ou mediana e o 3.º quartil ou Q3.

Por vezes, é difícil para os alunos entenderem que as três secções contêm a mesma quantidade de dados. Quando os alunos observam que os rectângulos são longos, intuitivamente pensam que representam uma maior frequência de dados, sem aceitarem que o diagrama de extremos e quartis divide a distribuição em quatro partes iguais: 25% dos dados estão compreendidos entre o valor mínimo e o primeiro quartil; 25% dos dados estão compreendidos

entre o primeiro quartil e o segundo quartil ou mediana, e assim por diante. Contrariamente a este requisito, os alunos admitem que se o comprimento de uma secção é maior do que o de outra, então a variação nos dados é também maior (Wall & Benson, 2009).

Contudo, esta construção é bastante elucidativa sobre a forma como os dados se distribuem, nomeadamente no que diz respeito à maior ou menor concentração dos dados, à simetria e à existência de valores “anormais” (*outliers*). Este diagrama é muito útil para comparar vários conjuntos de dados.

Também o diagrama de extremos e quartis foi introduzido no novo Programa de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação, 2007). Além dos valores extremos e dos quartis, este tipo de gráficos permite visualizar a variação total dos dados e a variação interquartil, a que correspondem, respectivamente, a amplitude total (diferença entre os valores máximo e mínimo) e a amplitude interquartil (diferença entre o terceiro e primeiro quartis) (Wallgren et al., 1996).

Apesar de considerar ser de difícil construção, para Curcio (1989) este gráfico é útil para analisar uma grande quantidade de dados. Shaughnessy (1996), para além de difícil construção, considera-o de difícil compreensão, acrescentando que este tipo de gráficos deve ser introduzido no ensino juntamente com outros gráficos, tal como o histograma, por entender que o diagrama de extremos e quartis é ideal para representar variáveis contínuas e estar associado ao conceito de eixo contínuo.

2.3.2. Leitura e interpretação de gráficos

Actualmente vivemos numa sociedade altamente tecnológica, em que a Estatística, em particular a análise dos dados, está fortemente relacionada com as representações gráficas (Friel et al., 2001).

Os gráficos que nos surgem em diversas situações do dia-a-dia e por variadas razões, tais como para descrever, explicar ou resolver um problema, devem surgir nas escolas para desenvolver nos alunos elevados níveis de literacia gráfica, através do desenvolvimento da compreensão de diferentes tipos de gráficos e das possibilidades interpretativas de cada um (Doig & Groves, 1999).

No estudo Programme for International Student Assessment (PISA, 2003) verificou-se que os alunos portugueses obtiveram um fraco desempenho a Matemática no que diz respeito à resolução de problemas que envolviam a construção e interpretação gráfica. Segundo este

estudo, mais do que 50% dos alunos obtiveram um desempenho negativo na resolução de questões relacionadas com a leitura e interpretação de gráficos estatísticos e de média aritmética.

Estes fracos resultados, segundo Curcio (1987), podem explicar-se pelo facto de que o conhecimento que um indivíduo adquire acerca de um gráfico depende de ter realizado uma aprendizagem significativa sobre o tipo de gráfico, da relação matemática entre os números e as ideias que o gráfico traduz e das operações matemáticas que envolvem.

Por outro lado, reconhecendo-se que os gráficos são um modo de comunicar e clarificar a informação, é pertinente que nós sejamos capazes de os ler e compreender (Curcio, 1989), o que contribui para a promoção do raciocínio estatístico. O raciocínio é uma competência explícita no programa de Matemática e que se está tornando cada vez mais importante nos currículos escolares de todo o mundo (Ainley, 2008).

No entanto e como refere Ainley (2008), para se interpretar um gráfico é necessário mobilizar conhecimentos matemáticos, assim como conhecimentos do dia-a-dia, relacionando-os de modo a produzir questões e a argumentar sobre os dados.

O termo gráfico, no ensino, é usado para implementar uma série de actividades, designadamente desenhar, ler, seleccionar, construir com objectivos específicos, interpretar e usar gráficos como ferramenta (Ainley, 2000). Para esta autora, a disponibilidade de ferramentas tecnológicas, que são utilizadas para construir os gráficos, estão a dar origem a novas investigações sobre como as competências de usar e interpretar gráficos são apreendidas e ensinadas, implicando deste modo que as metodologias de ensino sejam pensadas em função das tarefas e dos contextos culturais.

Num estudo levado a cabo por Monteiro e Ainley (2004), aplicado a futuros professores, concluiu-se que o *Sentido Crítico* de um gráfico é um aspecto essencial no que respeita à sua interpretação. Para tal, é importante que se tragam para a sala de aula os gráficos que surgem na comunicação social, criando-se, assim, oportunidades para desenvolver o *Sentido Crítico* dos alunos (Monteiro & Ainley, 2004). Posteriormente, num estudo realizado por Monteiro e Ainley (2006), verificou-se que uma elevada percentagem de participantes mostraram aptidão para pensarem criticamente sobre os dados dos gráficos e para justificarem as suas ideias acerca dos mesmos. Para estes investigadores, a formação de futuros professores deve contemplar a reflexão sobre as interpretações que fazem dos gráficos de modo a aprenderem a lidar com a

complexa gama de elementos e processos de interpretação dos mesmos, relacionando os conhecimentos estatísticos com as suas próprias experiências.

No entanto, os gráficos “não devem surgir como um fim em si mesmo, mas como um meio de comunicar o pensamento ou para investigar dados através de diferentes representações”, devendo-se, por este facto, numa fase inicial, insistir mais na compreensão e interpretação dos gráficos do que na construção dos mesmos (Abrantes et al., 1999, p.98).

Para Curcio (1989) o *potencial máximo* de um gráfico verifica-se quando, através da observação, se consegue interpretar e concluir sobre os dados fornecidos. No entanto, e como refere este autor, apesar da leitura realizada pela observação do gráfico, nem sempre se consegue interpretar e concluir sobre a informação que os dados nos fornecem. Os gráficos desenvolvidos pelos alunos não devem ser trabalhados como “amostra estática”, mas sim conduzir a novas questões que desenvolvam o pensamento crítico e aprofundem a sua compreensão. Como referem Friel et al. (2001), a capacidade que o leitor tem em retirar significado dos gráficos, construídos por outros ou por si mesmo, implica a sua compreensão.

Na opinião de Ponte (1984) a compreensão dos gráficos “refere-se a um amplo espectro de processos, incluindo a construção de gráficos e obtenção de informação qualitativa e quantitativa dos mesmos” (p. 21). Deste modo, para perceber como os alunos compreendem os gráficos, Ponte (1984) focalizou um seu estudo em três competências: leitura do gráfico, construção do gráfico e interpretação de gráficos. A primeira é realizada com pouca referência ao contexto do gráfico, a segunda requer que o aluno trabalhe a partir de um determinado contexto, a terceira, e última exige ao aluno que relacione as características do gráfico com o contexto em que ele está inserido.

Cavalcanti (2010), num estudo que realizou com alunos do ensino primário e adultos em formação, afirma que os sujeitos tiveram um fraco desempenho na interpretação de gráficos estatísticos devido à sua pouca compreensão sobre a escala dos gráficos. Para esta autora, as dificuldades associadas ao conceito de escala deveram-se à unidade utilizada, ao tipo de gráfico, ao número de barras que um gráfico de barras contém e ao contexto do gráfico.

A dificuldade em interpretar gráficos associada à noção de escala pode ter a ver com muitos dos gráficos apresentados na comunicação social, que, por vezes, apresentam erros de proporcionalidade nos valores da escala (Cavalcanti, Natrielli e Guimarães, 2010). Neste último caso, segundo estas autoras, tais erros podem eventualmente ser intencionais, levando, deste modo, os leitores a compreenderem as informações que se desejam transmitir.

A compreensão das escalas dos gráficos provém “de um trabalho escolar sistematizado”, que considere todos os procedimentos relacionados com a representação, “com o tipo de gráfico, intervalo escalar, localização de uma categoria a partir de uma frequência e vice-versa, bem como da localização de valores implícitos e explícitos” (Cavalcanti, 2010, p. 113).

Em muitas investigações a compreensão de um gráfico foca-se somente na sua leitura e interpretação. Concordando com Friel et al. (2001), a compreensão de um gráfico vai mais além e envolve três tipos de processos: *tradução*; *interpretação* e *extrapolação/interpolação* dos dados. O primeiro processo consiste na tradução dos dados de uma forma de representação para outra. O segundo processo requer que o aluno estabeleça relações entre os dados de maneira a seleccionar os mais relevantes. O terceiro processo vai mais além, pretendendo-se que o aluno conclua com base nos dados e argumente sobre os mesmos.

Wu (2004) entende que a compreensão de um gráfico estatístico deve envolver o desenvolvimento de quatro competências. Na primeira, relacionada com a *leitura de gráficos*, o autor defende que os alunos devem ser capazes de extrair dados de um ou mais gráficos, bem como produzir informação, calculando e exibindo dados estatísticos. Na segunda, designada por *interpretação de gráficos*, o autor sustenta que devem ser capazes de formular uma opinião sobre um ou mais gráficos. Na terceira, conhecida por *construção de gráficos*, refere que eles devem saber representar ou editar os dados graficamente. Na quarta, denominada por *avaliação de gráficos*, defende que devem saber avaliar a precisão e eficácia de um gráfico.

Estas quatro competências têm sido utilizadas por diversos investigadores na determinação das questões que possam surgir a partir de um gráfico. Estas questões já tinham sido agrupadas por Curcio (1989) em três níveis de compreensão. Este autor diferencia os três níveis de compreensão de um gráfico usando a seguinte terminologia: *ler os dados*, *ler entre os dados* e *ler além dos dados*. No primeiro nível, Curcio (1989) defende que é necessário que o leitor faça uma leitura literal do gráfico, que se realiza através da leitura dos factos que lá estão representados. É de salientar que neste nível não há interpretação dos gráficos e pretende-se que o aluno compreenda a escala e as unidades de medida (Curcio, 1989). Para Doig e Groves (1999) a leitura de um gráfico, para além de um modo de extrair informação, é uma “habilidade essencial, e provavelmente a mais importante na vida quotidiana de uma escola” (p. 9). Para Carvalho (2009) “as tarefas que se limitam a este tipo de actividade apresentam um baixo nível cognitivo” (p. 25).

No segundo nível, o aluno deve interpretar e organizar a informação fornecida pelos dados. Este nível permite ao aluno combinar e integrar a informação e identificar relações matemáticas no gráfico através de algum conhecimento prévio sobre o assunto tratado no mesmo. Como refere Carvalho (2009), neste nível o aluno deve ser “capaz de comparar quantidades ao mesmo tempo que recorre a outros conceitos e capacidades, que lhe permitem identificar as relações matemáticas presentes no gráfico” (p. 25). Este é o nível mais comum, no que diz respeito à compreensão dos gráficos, onde se pretende que o aluno identifique tendências (Curcio, 1989) e relacione as ideias (Ainley, 2000).

O terceiro nível pressupõe que o aluno ao ler a informação do gráfico consiga inferir a informação total e tenha um conhecimento prévio aprofundado sobre o assunto referente aos dados do gráfico. Deste modo, neste nível o aluno deve responder a questões cujas respostas requerem o uso de informação implícita no gráfico, extrapolando, predizendo ou fazendo inferências (Ainley, 2008), ou seja, como refere Curcio (1989), ambiciona-se que o aluno projecte no futuro e coloque questões sobre os dados. Para Monteiro (n. d.) este terceiro nível de leitura é de extrema importância porque ajuda os alunos a interpretarem, com base em conhecimentos e experiências anteriores, extrapolando os dados apresentados no gráfico.

Para além dos três níveis de Curcio, Shaughnessy et al. (1996) acrescentam um outro nível de compreensão de gráficos: *ler por trás dos dados*, em que se valorizam as conexões entre as situações representadas nos gráficos e as áreas a que dizem respeito, predominando deste modo o papel dos contextos. Concordamos com Ruiz et al. (2009), quando afirmam que este nível permite ao aluno valorizar criticamente o método da recolha de dados, bem como a sua validade e fiabilidade.

Segundo Carvalho (2009), este é o nível que se pretende que o aluno atinja “uma vez que o envolvimento em actividades progressivamente mais complexas pode reforçar a sua autonomia e auto-estima, além de contribuir para o desenvolvimento de cidadãos informados, reflexivos e, mais tarde, de consumidores esclarecidos” (p. 25). No entanto, fazer perguntas que promovam um elevado nível de compreensão dos gráficos requer que estes reflectam, claramente, os fenómenos quantitativos que pretendem representar e que os seus dados sejam suficientemente ricos (Wainer, 1992).

Espinel et al. (2009) verificaram que os alunos, futuros professores do ensino primário, demonstraram dificuldades ao nível da interpretação dos gráficos de linhas, apresentando,

maioritariamente, respostas adequadas no caso das questões enquadradas nos níveis 1 e 2 de Curcio (*ler os dados e ler entre os dados*).

Ruiz et al. (2009), no estudo que efectuaram com futuros professores, concluíram que muitos sujeitos se limitaram a construir um gráfico sem realizarem qualquer interpretação ou realizarem-na erradamente. As dificuldades observadas pelos autores, associadas à interpretação dos gráficos, deveram-se à utilização de uma linguagem pouco precisa, ao valor da moda (determinada através da comparação simultânea de três variáveis representadas em gráficos diferentes) e à análise da tendência sem ter em conta a variabilidade ou vice-versa.

No que diz respeito às medidas de tendência central, constataram que a mais utilizada foi a média e que, em geral, foram bem calculadas, indiciando um bom domínio dos algoritmos. Contudo, verificaram alguns erros relacionados com o uso de dados não ordenados no cálculo da mediana e com a indicação de apenas uma moda nas distribuições bimodais. Ainda neste estudo, as medidas de dispersão revelaram-se as menos intuitivas para os futuros professores, pois foram as menos utilizadas e poucos foram os alunos que as interpretaram correctamente.

Num estudo realizado por Doig e Groves (1999), cujo foco era a construção de gráficos de barras simples, obtiveram-se evidências relacionadas com a interpretação de gráficos e segundo uma versão expandida dos níveis de Curcio. Enquanto Curcio (1989) descreve três níveis de compreensão, Doig e Groves (1999) consideraram necessário introduzir um quarto nível, entre o nível 1 e 2 de Curcio, que designaram por 1.5. Este corresponde às respostas que não integram completamente os dados mas que no entanto evidenciam uma tentativa de comparar os valores dos dados ao longo do eixo OX. Assim, das 102 crianças que participaram no estudo, 38 mencionaram explicitamente o gráfico nas suas respostas. Destas respostas, 13 situaram-se no nível 3, 5 no nível 2, 8 no nível 1.5 e as restantes 12 no nível 1.

Para Shaughnessy (2007), os níveis de interpretação de gráficos de Curcio, referido anteriormente, “ajudam a lançar luz sobre a natureza complexa da compreensão dos gráficos” (p. 989), permitindo, desta forma, “explorar os componentes necessários para desenvolver convenientemente o sentido de gráfico” (p. 991).

Na opinião de Monteiro (n. d.), quando um sujeito interpreta um gráfico, tem tendência para recordar conhecimentos relacionados com experiências vividas e que influenciam a interpretação dos dados, podendo os conhecimentos matemáticos ser *mobilizados* do mesmo modo que as experiências e os conhecimentos não matemáticos, não os aplicando directamente. Acrescenta, ainda, que ao processo de *mobilização* está ligado o processo de “*emergência* de diferentes e/ou novos significados” (p.3). Durante a interpretação de um gráfico, ambos os processos de *mobilização* e *emergência* podem ser problemáticos no que concerne à leitura de um gráfico em contexto escolar, pois a utilização de tarefas relacionadas

com situações do dia-a-dia podem desviar os alunos da informação contida no gráfico. Tal como refere Curcio (1989), a informação obtida e os valores dos dados devem ter significado para os alunos de modo a que estes a possam interpretar.

Num estudo realizado por Lee e Meletiou-Mavrotheris (2003), em que participaram alunos universitários e concebido para identificar as principais dificuldades dos alunos no que diz respeito à construção, interpretação e aplicação de histogramas, verificou-se que os alunos têm uma:

- (1) Perspectiva dos histogramas como formas de apresentação de dados não tratados, em que cada barra diz respeito a uma observação individual em vez de conjuntos agrupados de dados;
- (2) Tendência para interpretar histogramas como diagramas de dispersão de duas variáveis ou como diagramas de sequências temporais;
- (3) Tendência para focar a atenção nos eixos verticais e compararem as diferenças entre as alturas das barras em situações de comparação da variação entre dois histogramas;
- (4) Tendência para pensar de forma determinística quanto interpreta uma distribuição em contextos da realidade (p. 2330).

Segundo Gall (1998), o conhecimento estatístico desenvolve-se a dois níveis, *generativo* e *interpretativo*. Para se gerar conhecimento estatístico é necessário que os alunos passem por todas as fases dum inquérito estatístico, ou seja, “desenvolvam a capacidade de planejar inquéritos e procedimentos de amostragem, recolham e organizem dados, executem cálculos necessários, construam tabelas e gráficos e analisem os dados” (Gall, 1998, p. 276). Para se desenvolver a habilidade de interpretar é necessário identificar qual o contexto em que o indivíduo está inserido. O contexto pode ser *investigativo* ou de *leitura* (Gall, 1998). Como menciona Monteiro (n. d.), no contexto *investigativo* os indivíduos “agem como produtores de dados e usualmente têm que interpretar e relatar os seus próprios resultados”, enquanto no contexto de *leitura* “vêem e interpretam gráficos” relacionados com situações do quotidiano.

Após a recolha dos dados, os alunos devem sentir necessidade de os organizar de modo a fazerem sentido e poderem ser interpretados e analisados. Depois de organizados, os alunos devem determinar a forma adequada de os representar. Aqui, cabe ao professor envolver os alunos na construção e interpretação dos gráficos. Neste último caso, como refere Curcio (1989), discutir sobre gráficos nas idades precoces desenvolve o ouvir, o falar, o ler e o escrever.

Após a discussão de um tópico de interesse dos alunos, deve-se incentivar a colocação de questões sobre as observações realizadas. Estas questões devem ser analisadas pelo grau da importância, relevância e clareza e habilitam os alunos a interpretar e discutir sobre eles de um modo mais aprofundado, permitindo assim que possam ir mais longe (Curcio, 1989). Para

Curcio (1989) as actividades que se realizam na sala de aula devem permitir aos alunos interpretar gráficos e devem incluir questões que envolvam diferentes níveis de compreensão. Perante estas questões, devemos pedir aos alunos que escrevam sobre os gráficos, permitindo-lhes, assim, clarificar e partilhar as suas ideias.

No entanto, para Ainley (2008), os níveis de compreensão de Curcio, apesar de permitirem dotar os alunos de um *pensamento útil* e necessário para a leitura dos dados do gráfico, não são suficientes. Segundo esta autora, em situações da vida real, o gráfico é útil se conseguirmos que o seu contexto faça sentido. Deste modo, Ainley (2008) sugere um modelo diferente: um modelo teórico que no entender da autora é mais útil para se pensar no que está por trás da leitura de um gráfico, designado por *transparência*.

Neste modelo, o gráfico tem que ser visível e invisível, permitir olhar para ele e interpretá-lo e permitir olhar através dos seus dados, construindo significados no seu contexto. Segundo Ainley (2000), os níveis de compreensão de Curcio referem-se somente ao aspecto da visibilidade. Para Ainley (2000) a invisibilidade é uma forma de integração e interpretação não problemática de uma actividade e a visibilidade é uma forma de acesso à informação.

Esta dualidade da *transparência* é ilustrada pela Ainley através da metáfora da janela. Como se pode constatar, a janela é invisível quando olhamos através dela e é visível no contraste com a parede em que está inserida. Do mesmo modo, o gráfico deve ser considerado *transparente* para o leitor se for visível na recolha da informação e invisível se der acesso às características do fenómeno que o representa (Ainley, 2000). Meira (1998) resume a *transparência* como um *índice de acesso* ao conhecimento e às actividades, considerando a *transparência* nos gráficos ferramentas e a *transparência* nas tarefas pedagógicas como algo que envolve os gráficos.

Na opinião de Ainley (2008), quando usamos as folhas de cálculo, todo o tipo de gráficos é fácil de fazer, o que resulta num desafio às nossas concepções sobre qual o gráfico mais difícil. Os gráficos mais difíceis podem tornar-se *transparentes* se apresentarem dados com significado. Estes são usados como proposta de esclarecimento sobre o contexto que os dados representam (Ainley, 2008). Segundo Meira (1998), não devemos interpretar este método como algo objectivo, mas sim como meio de usar a informação para chegar a novos conhecimentos.

Para Lave e Wenger (1991) o termo *transparência* serve para designar o modo como um artefacto, tal como um gráfico, pode permitir ao utilizador o acesso ao significado e à importância que está *por detrás* do artefacto (citado em Ainley, 2000).

O uso dos gráficos em diversas situações do dia-a-dia, para comunicar e persuadir, assume que estes são transparentes na transmissão do seu significado, permitindo comunicar

ideias mais claras do que outras formas de representação, tais como as tabelas e os textos descritivos (Ainley, 2000).

Da análise dos estudos realizados por Ainley (2000), em que foram usados exemplos focados em gráficos com relativa *transparência*, emergiram cinco características que contribuíram para o sucesso dos alunos:

1. A apresentação de uma imagem completa permite às crianças terem uma perspectiva holística dos gráficos;
2. O uso de alguns gráficos similares permite compará-los;
3. A capacidade de manipular os gráficos e modificar a sua aparência (esta característica está relacionada com a anterior);
4. Um contexto familiar com significado permite às crianças sentirem-se familiarizadas com a informação, aumentando a “transparência” do gráfico;
5. O objectivo de uma tarefa, na qual o gráfico é usado para resolver um problema, estimula o uso “activo” de um gráfico, permitindo à criança não olhar para o gráfico como uma simples ilustração.

Estas características não estão relacionadas com os gráficos em si, mas sim com o modo como são apresentados e usados.

Em Ainley (2000, 2008) o *gráfico activo* é uma abordagem pedagógica que incorpora as características referidas anteriormente e que contribuem para a *transparência* dos gráficos. O processo de *gráfico activo* traduz-se no esquema abaixo representado.

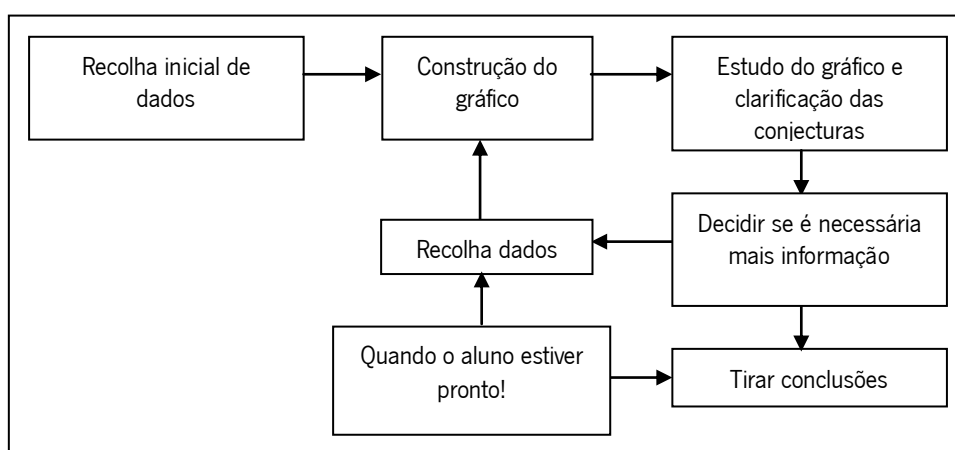


Figura 4. Processo do *gráfico activo* (Ainley, 2000).

O estudo deste tipo de tarefas tem como objectivo maximizar as possibilidades da *transparência*, a três níveis:

1. Analisar os dados apresentados no gráfico de modo a entendê-los como um todo;

2. Analisar a informação contida no gráfico de modo a construir um conhecimento com significado, que relacione as diferentes variáveis dos dados e o contexto a que se refere o gráfico;
3. Analisar o objectivo e conteúdo da tarefa de modo a construir ideias matemáticas com sentido.

A oportunidade que as crianças têm para encontrar utilidade nas ideias matemáticas é um elemento importante para a *transparência* das tarefas (Ainley, 2008). Para esta autora os aspectos que contribuem para a *transparência* das tarefas devem ser pragmáticos, epistemológicos e psicológicos. Os dois primeiros níveis dizem respeito à experiência associada à construção do gráfico e à identificação das variáveis pelas crianças. Ainda no que se refere à característica epistemológica, esta está relacionada com o tipo de gráfico que a criança constrói e com o tipo de experiências que realiza, de modo a que o modelo matemático seja mais acessível às crianças. O aspecto psicológico de uma tarefa de *gráfico activo* é o menos óbvio, mas é o que tem mais impacto na *transparência* de uma tarefa e dos gráficos envolvidos. Esta característica está relacionada com a intuição dos alunos, quando resolvem uma tarefa associada à sua actividade experimental e está associada ao impacto fenomenológico da experiência e à *ressonância metafórica* do gráfico. A primeira relaciona-se com a interpretação do gráfico e a situação experimental e a segunda com a leitura directa que se faz do gráfico e a correspondência com o fenómeno em questão, sendo o gráfico o reflexo da experiência.

Para Friel et al. (2001) existem três tipos de questões que podem fornecer pistas para activar o processo de compreensão gráfico, que constam do Quadro 1.

Quadro 1 – Taxonomia de competências necessárias para responder às perguntas em cada nível (Friel et al., 2001, p. 130)

Nível da questão			
Autor	Elementar (extrair informação dos dados)	Intermédio (encontrar relações entre os dados)	Elevado (ir além dos dados)
Bertin (1983)	Extrair informação elementar. (Ex: Qual o valor do stock X a 15 de Junho?)	Redução do número de categorias de dados através da combinação e selecção de dados de modo a descobrir ou criar menos categorias. (Ex. Após 5 dias, como variou o valor do stock X?)	Redução de todos os dados a uma única afirmação/relação dos dados. (Ex: No período de 15 de Junho a 30 de Junho, qual foi a tendência para o valor do stock X?)
Curcio (1987)	Leitura dos dados. (Ex: Quantas caixas de passas	Ler entre os dados. (Ex: Quantas caixas de passas	Ler além dos dados. (Ex: Se os alunos abrirem mais do

	têm 30 passas dentro?)	têm mais do que 34 passas dentro?)	que uma caixa de passas, quantas passas eles poderão encontrar?)
McKnight (1990)	Observação das relações entre os dados apresentados graficamente, de factos simples ou interpretação das relações quando as respostas envolvem o desenvolvimento ou a confirmação dos factos. (Ex: Qual é a produção de alimentos planeada para 1985 nos países desenvolvidos?)	Observando as relações entre os dados, interpretá-los sem fazer referência ao significado do contexto dos gráficos. (Ex: Considerando-se as duas curvas do gráfico apenas como marcas num pedaço de papel, como se pode compará-las?) Interpretar as relações sem descrever a relação directa entre os dados ou fazendo declarações de relacionamentos. (Ex: Entendida a relação entre as mudanças nas duas curvas e o que representa cada curva, qual a interpretação que pode ser feita sobre o relacionamento entre as duas curvas?)	Interpretar relações quando as respostas necessitam de declarações que vão além de tirar conclusões. (Ex: Perante a afirmação: "Cegonhas trazem os bebés", como descreverias a relação entre o gráfico e a tentativa de provar a afirmação?)
Wainer (1992)	Extracção dos dados. (Ex: Qual foi a quantidade de petróleo gasto em 1980?)	Identificação de tendências observadas em partes dos dados. (Ex: Entre 1970 e 1985, quais foram as mudanças na quantidade de petróleo gasto?)	Compreensão profunda da estrutura de dados na sua totalidade através da comparação das tendências dos grupos. (Ex: Quais os petróleos que têm o mesmo padrão de crescimento?)
Carswell (1992)	Apontar a leitura para um dado específico. (Ex: Qual o valor do sector do gráfico circular?)	Comparação visual individual global dos gráficos actuais, focando mais do que um aspecto do gráfico. (Ex: O sector circular A é maior do que o B?)	Síntese ou integração de todos ou quase todos os valores do gráfico. (Ex: A variabilidade dos dados do gráfico é grande?)

A taxonomia de Curcio (1987) revelou, em alguns estudos, que os alunos têm poucas dificuldades no primeiro nível. No entanto, quando se deparam com questões do segundo nível verifica-se que cometem erros (Friel et al., 2001). Para estes autores, estes erros podem estar relacionados com os conhecimentos matemáticos ou com a própria leitura e linguagem dos gráficos, referindo que os estudantes devem fazer inferências a partir da representação do gráfico com a finalidade de interpretar os dados. De modo a colmatar tais erros, Friel e Bright, (1995) recomendam que os alunos, na sala de aula, falem mais de gráficos e da sua estrutura, da informação que deles pode ser extraída e que façam predições e inferências.

Num estudo de Friel e Bright (1996), relativo à interpretação de gráficos, verificou-se que os alunos confundiram os eixos nos gráficos de linhas e nos histogramas, tiveram dificuldade em utilizar intervalos de dados, usaram a mediana em vez da moda para indicar o valor com maior frequência e tiveram dificuldade em identificar a média e a mediana num gráfico.

Também Aoyama (2006) realizou um estudo no Japão, com alunos do ensino secundário e superior, para esclarecer qual o nível de interpretação de gráficos em que se encontravam. No seu estudo recorreu à taxonomia Structure of the Observed Learning Outcome (SOLO), que estabelece os cinco seguintes níveis, para categorizar as respostas dos participantes:

1. *Pré-estrutural*: o aluno envolve-se na tarefa, mas é distraído por um aspecto irrelevante ou foca-se num aspecto irrelevante da tarefa;
2. *Uni- estrutural*: a atenção do aluno centra-se nos aspectos relevantes, mas ele apenas trabalha num deles;
3. *Multi- estrutural*: o aluno foca a sua atenção em vários aspectos relevantes, mas não é capaz de os integrar;
4. *Relacional*: o aluno integra vários aspectos relevantes de modo a que o todo da sua produção tem uma estrutura coerente e significativa;
5. *Resumo alargado*: o aluno generaliza a estrutura para considerar novos aspectos abstractos, o que representa um novo e mais complexo nível de operação (Biggs & Collis, 1991, p. 2).

Nas tarefas propostas, onde se pedia aos participantes para interpretarem gráficos, Aoyama (2006) incluiu questões com os três níveis de compreensão de Curcio (1989). Da análise das respostas dos alunos e da natureza das questões, foi criada uma nova hierarquia constituída por cinco níveis de desempenho:

Nível 1: Idiossincrático: neste nível, os alunos não conseguem ler os valores ou tendências nos gráficos. Eles falham ao ligarem algumas características extraídas dos gráficos ao contexto;

Nível 2: Leitura básica do gráfico: neste nível, os alunos lêem os valores e as tendências nos gráficos, no entanto não explica o significado contextual das mesmas;

Nível 3: Racional/Literal: neste nível, os alunos lêem os valores e tendências dos gráficos, explicam os significados contextuais mas não sugerem qualquer interpretação alternativa;

Nível 4: Crítica: neste nível, os alunos lêem e entendem o contexto do gráfico e avaliam a fiabilidade das informações;

Nível 5: Hipóteses e Modelação: neste nível, os alunos lêem os gráficos, aceitam e avaliam algumas informações apresentadas, formam as suas próprias hipóteses explicativas ou modelos como "investigadores", não apenas como receptores de informação (p. 5).

A hierarquia do desempenho dos alunos japoneses em interpretar gráficos estatísticos é clarificada neste estudo, concluindo-se que a maioria das respostas se situava nos níveis 1 e 2 anteriores (*Idiossincrático* e *Leitura básica do gráfico*).

Friel et al. (2001) preconizam que para se compreender um gráfico é necessário que se consiga extrair o seu significado. Para que tal aconteça é necessário que se façam perguntas aos alunos e que se promovam os três níveis de compreensão por eles referidos. Na opinião de Gal (1998) a capacidade dos alunos para interpretar depende do tipo de contexto em que os dados estatísticos estão inseridos. Se o contexto for *activo*, os alunos envolvem-se em todas as fases de um projecto estatístico, desde a recolha à análise dos dados, ficando aptos para entenderem a informação contida nos dados e os conceitos e ideias estatísticas, reflectirem e discutirem sobre as implicações e sobre o significado da informação; se o contexto for *passivo*, ao contrário do anterior, os alunos não se envolvem na criação e comunicação dos dados.

Para Kosslyn (1985) são dois os motivos pelos quais se utilizam os gráficos: a análise e a comunicação. Acrescenta que um gráfico que serve para comunicar é um bom gráfico, pois obriga o leitor a ver a informação que o seu criador quer transmitir (citado em Friel et al., 2001). Como refere Cobb (1999), um gráfico que serve para comunicar é aquele que pretende dar sentido aos dados e o que é utilizado para análise é considerado por Spence e Lewandowsky (1990) uma ferramenta para o estudo das características importantes ou menos comuns dos dados. Tukey (1977) acrescenta que um bom gráfico mostra-nos aquilo que não estamos à espera de ver (citado em Friel et al., 2001).

A compreensão dos gráficos implica que o aluno seja capaz de os ler e que a sua construção faça sentido, como acontece naqueles que são encontrados em diversas situações do dia-a-dia. Segundo Friel et al. (2001), tal como se desenvolve nos alunos o sentido do número e o sentido do símbolo, de modo a pensarem de forma diferente, também se deve desenvolver o sentido do gráfico. Este desenvolvimento faz-se de modo gradual, através da produção ou da utilização de gráficos, na resolução de vários problemas, em contextos em que os dados façam sentido (Friel et al., 2001). Estes autores associam ao desenvolvimento do sentido de gráfico aptidões e comportamentos para o seu desenvolvimento, que são descritos no Quadro 2.

Quadro 2 – Comportamentos associados ao “sentido de gráfico”(Friel et al., 2001, p. 146)

Aptidão	Foco de atenção
1. Para reconhecer as componentes dos gráficos, as relações entre essas componentes e o efeito das componentes sobre a apresentação da informação nos gráficos.	Os gráficos são utilizados para tornar visíveis os dados quantitativos a vários níveis de pormenor.
2. Para falar da linguagem dos gráficos quando se raciocina sobre a informação nele disponível.	Através da linguagem relacionada com comunicação das ideias estatísticas (Gal, 1993) os alunos tomam consciência das componentes estruturais de um gráfico e das suas interações com a informação contextual. Cada tipo de gráfico tem a sua própria língua, isto é, as componentes estruturais identificadas e suas relações podem ser utilizadas para discutir os dados que são exibidos.
3. Para compreender as relações entre uma tabela, um gráfico e os dados que estão sendo analisados.	Os leitores de gráficos precisam de ter conhecimento das funções simbólicas e espaciais das tarefas e terem noção do quanto os gráficos e tabelas são úteis para resolver estas tarefas.
4. Para dar resposta a diferentes níveis de questões associadas à compreensão do gráfico ou, mais genericamente, para interpretar informações exibidas em gráficos	Os três níveis de questionamento envolvem extrair dados de um gráfico, interpolar e encontrar relações entre os dados, extrapolar a partir dos dados e interpretar as relações identificadas a partir de um gráfico.
5. Para reconhecer quando um gráfico é mais útil do que o outro, com base nas tarefas envolvidas e na natureza dos dados representados.	Tomar decisões sobre o gráfico mais útil para representar um conjunto de dados inclui ter em consideração a natureza dos dados (Landwehr & Watkins, 1986) e os efeitos para sua análise (Graham, 1987). Alguns gráficos são mais adequados para certo tipo de dados e outros específicos para outros fins.
6. Para estar a par da relação com o contexto do gráfico, com o objectivo de interpretar o que faz sentido, através dos dados do gráfico e evitar a personalização dos dados.	Embora o contexto possa ajudar os alunos a utilizar o conhecimento prévio, tais conhecimentos podem também causar interpretações erradas das informações do gráfico. A personalização do contexto pode implicar diferentes interpretações dos objectivos de uma tarefa, bem como a utilização de diferentes estratégias. No entanto pode aumentar o número de elementos a que se deve atender, proporcionando um tipo diferente de abstracção que possa confundir as metas de aprendizagem iniciais (Janvier, 1981). Assim, o entendimento das restrições impostas por um contexto é um importante factor quando se faz uma interpretação razoável (Mooney, 1999).

Para estes autores os comportamentos associados ao desenvolvimento do sentido de gráfico indicam algumas directrizes para a criação de um desenvolvimento progressivo e sequencial dos gráficos tradicionais.

Estes comportamentos encaixam-se nos níveis de Curcio. Assim, o primeiro e o segundo comportamentos estão associados ao primeiro nível, *ler os dados*, o terceiro e quarto comportamentos ao segundo nível, *ler entre os dados*, e o quinto e sexto comportamentos ao terceiro nível, *ler além dos dados*. A estes comportamentos Shaughnessy (2007) sugere que se acrescentem outros dois, que se enquadram num nível quatro, criado por ele e já anteriormente referido, *ler por trás dos dados*: o sétimo comportamento refere que o aluno deve “procurar possíveis causas da variabilidade dos dados” e o oitavo que deve “olhar para as relações entre as variáveis nos dados” (p. 991).

Inúmeros estudos sobre o “sentido do gráfico” indicam que os alunos não só têm pouca habilidade para interpretar gráficos, como também são incapazes de raciocinar para além dos gráficos. O pensamento, o raciocínio e a alfabetização estatística só se desenvolvem se o *sentido do gráfico* estiver ligado ao ler, ler dentro e ler para além do gráfico (Shaughnessy, 2007).

Existem dois motivos para se usar gráficos. O primeiro por se tratar de um modo de comunicação e o segundo por se tratar de uma ferramenta que permite aos alunos analisarem e darem sentido aos dados (Friel et al., 2001). Assim, para que os alunos adquiram um conhecimento dos gráficos com significado é essencial que compreendam o seu contexto de modo a poderem interpretar com eficácia os dados que eles representam. Para que tal aconteça é necessário que se incentivem os alunos à leitura e discussão crítica dos gráficos com que se deparam no dia-a-dia.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA

O objecto deste capítulo é dar a conhecer os aspectos relacionados com a metodologia adoptada, nomeadamente o método da investigação e as razões pelas quais foi escolhido, os participantes do estudo, os instrumentos utilizados na recolha dos dados e o método de análise desses dados.

Deste modo, este capítulo é constituído por três secções. Na primeira, designada por opções metodológicas, faz-se a identificação da natureza do estudo e apresentam-se as questões de investigação. Na secção seguinte faz-se a caracterização dos participantes e do contexto do estudo. Na terceira secção, constituída por duas subsecções faz-se, na primeira, a descrição dos métodos utilizados na recolha dos dados, no que diz respeito à construção e validação do teste, e na segunda descreve-se o modo como o teste utilizado foi administrado. Na quarta e última secção descrevem-se os procedimentos de tratamento e análise de dados.

3.1. Opções metodológicas

A escolha do problema, a formulação de perguntas de investigação, a caracterização dos participantes, as preocupações metodológicas, os dados recolhidos e o modo como foram tratados influenciam o estudo (Cohen & Manion, 1990). Também Stubbs e Delamont (citados em Lüdke & André, 1986) salientam que o método de estudo é determinado pela natureza do problema, ou seja, o método escolhido depende do tipo de problema que se pretende estudar. Na mesma linha de pensamento, para Abrantes (1994), a metodologia a utilizar depende, para além do que foi referido anteriormente, da natureza do fenómeno e das condições em que ele ocorre.

Os objectivos deste estudo estão relacionados com o tipo de gráficos que os alunos constroem, quando se lhes apresentam dados estatísticos, se são adequados à situação proposta e quais os erros e dificuldades que estes revelam. Pretende-se, ainda, descrever que nível de conclusões tiram os alunos quando lêem e interpretam gráficos estatísticos e quais os erros e dificuldades que estes apresentam, bem como a relação entre o desempenho a Matemática e o desempenho na construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos, e a

relação entre o desempenho na construção e o desempenho na leitura e interpretação de gráficos estatísticos.

Assim, perante os objectivos referidos anteriormente, pretende-se, neste estudo, envolvendo alunos do 9.º ano de escolaridade, responder às seguintes questões de investigação:

1. Na representação de dados estatísticos, que tipo de gráficos constroem os alunos? Qual a sua adequação às situações propostas? Que erros e dificuldades revelam?
2. Na leitura e interpretação dos gráficos estatísticos, que nível de conclusões extraem os alunos desses gráficos? Que erros e dificuldades revelam?
3. Verifica-se alguma influência entre o nível de desempenho a Matemática e a construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos?

Considera-se apropriada a utilização de uma metodologia de natureza qualitativa e quantitativa “quando se procura compreender e interpretar um fenómeno humano”, em que “é fundamental descrever, mas também interpretar e prever mudanças que possam ter ocorrido ou que se possam vir a implementar” (Carvalho, 2001, p. 193). Atendendo a que o objectivo principal do presente estudo é descrever e compreender de que modo os alunos no final do ensino básico constroem, lêem e interpretam gráficos estatísticos, a partir da análise da resolução de tarefas, usando um teste, o estudo enquadra-se numa investigação de natureza fundamentalmente quantitativa, revestindo-se de um cunho principalmente descritivo e, por vezes, também comparativo. A “investigação descritiva é um tipo de investigação quantitativa que envolve descrições cuidadas dos fenómenos educacionais” (Gall, Gall & Borg, 2003, p. 374).

O recurso a uma metodologia que possibilite a introdução de uma dimensão qualitativa na investigação está relacionado com a compreensão do processo do objecto de estudo. Contudo, para além disso, como se pretende comparar o desempenho dos alunos na disciplina de Matemática com a construção, leitura e interpretação de gráficos, bem como o desempenho na construção com a leitura e interpretação de gráficos, torna-se pertinente uma abordagem quantitativa. Como refere Carvalho (2001), “esta dupla abordagem revela-se indispensável considerando a natureza do objecto de estudo” (p. 193).

Para Lüdke e André (1986) uma investigação qualitativa divide-se em três fases: exploração, decisão e descoberta. Para estes autores, na primeira fase o investigador selecciona e define o problema, escolhendo o local onde o estudo será realizado. Na segunda fase o

pesquisador procura os dados mais relevantes ao estudo. Na terceira fase compreende a realidade, isto é, explica a teoria através das evidências.

A análise de conteúdo, usada fundamentalmente nas questões abertas do teste utilizado no estudo, é uma técnica, como referem Lessard-Hérbert, Goyette e Boutin, (1994, p. 144), que permite a análise qualitativa e quantitativa de dados. Neste último caso, a análise dos dados socorre-se da estatística e é feita após a recolha dos dados, incluindo percentagens, tabelas de frequências e comparações dos resultados obtidos pelos alunos em função dos seus desempenhos na disciplina de Matemática. Esta análise servirá para clarificar ideias e concepções, sustentando a compreensão das tarefas realizadas pelos alunos.

3.2. Caracterização dos participantes e do contexto de estudo

Neste estudo participaram 108 alunos, do 9.º ano de escolaridade, designados por A_i , com $i \in \{1, 2, \dots, 108\}$, pertencentes a 4 turmas de um Agrupamento de escolas do distrito de Braga. Relativamente aos participantes, a média das suas idades era 14 anos e distribuíam-se na mesma percentagem pelo sexo feminino (50%) e pelo sexo masculino (50%), tal como se pode verificar pela tabela seguinte.

Tabela 5 – Distribuição dos participantes por sexo e idade ($n = 108$)			
Idades	% de participantes		Total
	Feminino	Masculino	
13	0	1	1
14	32	35	67
15	14	9	23
16	4	4	8
17	0	1	1
Total	50	50	100

O estudo decorreu no ano lectivo de 2009/2010 e frequentavam o Agrupamento 1620 alunos, dos quais 760 do Pré-escolar e do 1.º ciclo, 790 do 2.º e 3.º ciclos e os restantes 70 do secundário profissional e EFA. O corpo docente da escola era constituído por 160 professores e educadores e o corpo não docente por 51 assistentes operacionais e 7 assistentes técnicos. Os pais, mães e encarregados de educação dos alunos do Agrupamento, na sua maioria não concluíram o ensino secundário ou um curso do ensino superior.

A escola situa-se num meio rural tranquilo, onde a população provém essencialmente de zonas rurais, dedicando-se principalmente a actividades do sector primário, em que se destaca a agricultura, a criação de gado e a silvicultura. A indústria praticamente não existe, concentrando-se o comércio e os serviços na sede do concelho. Uma elevada percentagem de alunos do Agrupamento beneficiou do escalão máximo de subsídio escolar (60%), num universo de 879 subsidiados. Deste modo, e conforme vem referido no Projecto Educativo do Agrupamento, é considerado que o aproveitamento dos alunos é condicionado por esta realidade. No entanto, apesar do seu aproveitamento escolar, é de salientar que os alunos cumprem as normas escolares, registando-se muito raramente situações de indisciplina ou abandono escolar.

No que se refere ao aproveitamento dos alunos na disciplina de Matemática no 7.º e 8.º anos de escolaridade, a média é de 3,3 e 3,1, numa escala de 1 a 5, respectivamente. Na Tabela 6 apresentam-se os níveis obtidos pelos alunos à disciplina de Matemática no 7.º e 8.º anos de escolaridade.

Tabela 6 – Distribuição dos participantes pelos níveis obtidos no 7.º e 8.º anos de escolaridade à disciplina de Matemática ($n = 108$)

Níveis	% de participantes	
	7.º ano (%)	8.º ano (%)
1	0	0
2	19,4	25,0
3	46,3	44,4
4	17,6	21,3
5	16,7	9,3

Para a selecção das turmas que participaram no estudo, foi pedida a necessária autorização à Direcção do Agrupamento (Anexo I). Foi também feita uma sessão de esclarecimento com os alunos sobre o que se pretendia com o presente estudo e com a aplicação do teste às quatro turmas do 9.º ano. Nesta sessão, os alunos foram elucidados que os testes que iriam resolver não contribuiriam para a avaliação da disciplina de Matemática e que os resultados seriam de carácter sigiloso e de uso exclusivo para o estudo. Posteriormente foi entregue aos alunos um pedido de autorização para ser preenchido pelos seus encarregados de educação (Anexo II).

3.3. Método de recolha de dados

No que diz respeito ao método da recolha de dados, usou-se, neste estudo um teste para medir o desempenho dos alunos no que diz respeito à construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos (Anexo III). A ideia de medição deriva essencialmente do método quantitativo, dando-se início a este processo a partir da definição das actividades a serem usadas para o medir (Gall et al., 2003).

Deu-se início ao processo de construção do teste com a leitura de literatura sobre a temática dos gráficos em Estatística, neste caso com ênfase nas possíveis tarefas a incluir no teste. Deste processo, seleccionaram-se três questões relacionadas com concepções sobre Estatística, tipos de gráficos e sua utilidade e cinco tarefas estatísticas relacionadas com a construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos.

3.3.1. Construção e validação do teste

O teste foi constituído por três partes: a primeira destinada à recolha de dados pessoais dos alunos; a segunda destinada à recolha de informação sobre as concepções dos alunos sobre o que é a Estatística e o seu conhecimento acerca dos tipos de gráficos estatísticos; e a terceira constituída por cinco tarefas de construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos.

Na primeira parte incluíram-se algumas questões destinadas à obtenção de informação pessoal dos alunos, especificamente em relação ao sexo, à idade e às notas que os alunos obtiveram a Matemática no final do 7.º e 8.º anos. Na segunda parte incluíram-se três questões, especificamente sobre o que é a Estatística, o tipo de gráficos conhecidos dos alunos e a utilidade dos mesmos. Na terceira parte, constituída por cinco tarefas, os alunos teriam que responder a questões relacionadas com a construção de gráficos (tarefas 1 e 2) e a leitura e interpretação de gráficos (tarefas 3, 4 e 5). É de salientar que todas as tarefas, enquadradas em contexto real, foram pensadas e produzidas de modo a motivarem os alunos quanto à sua resolução.

As tarefas 1 e 2 tinham por finalidade avaliar a capacidade de os alunos construírem gráficos adequados para representar as situações descritas em cada uma das tarefas. Na primeira, designada por *As idades dos alunos de uma turma de 9.º ano* e constituída por uma tabela em que eram fornecidas as idades dos alunos de uma turma de 9.º ano, de uma escola, de um concelho vizinho daquele em que se realizou o estudo, pretendia-se que os alunos

construíssem um gráfico adequado à representação das idades e um outro que comparasse as idades dos alunos da turma segundo o sexo. Na segunda tarefa, designada por *Tempo médio de vida de alguns animais*, pretendia-se que os alunos construíssem um gráfico apropriado para representar o tempo médio de vida de 21 animais. Esta tarefa foi adaptada de uma outra de Landwehr & Watkins (1996), publicada no livro *Exploring data: Teacher's edition*.

As tarefas 3, 4 e 5 tinham por finalidade avaliar a capacidade de os alunos lerem e interpretarem gráficos estatísticos dados. Assim, na tarefa 3, constituída por três alíneas, adaptada de uma actividade que consta da brochura *Organização e Tratamento de Dados* para o 7.º ano de escolaridade da Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC) e designada por *Principais países produtores de arroz*, pedia-se aos alunos para lerem e interpretarem o gráfico de barras que é apresentado. Finalmente, as tarefas 4 e 5, constituídas por quatro e três alíneas, respectivamente, foram adaptadas de duas questões retiradas do *Banco de Itens* do Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE). Nestas tarefas, designadas por *Automóveis vendidos em 2008* e *Esperança de vida*, pretendia-se, tal como na tarefa 3, que os alunos lessem e interpretassem os gráficos circular e de linhas que são apresentados.

Ainda no que diz respeito às tarefas 3, 4 e 5, deve ter-se presente que elas foram pensadas tendo em conta os três níveis de leitura e interpretação de gráficos de Curcio (1989): nível 1 – *ler os dados*; nível 2 – *ler entre os dados*; e nível 3 – *ler além dos dados*. Concretamente, estes níveis distribuíram-se pelas diferentes questões da seguinte forma: as alíneas 3a), 4a) e 5a) diziam respeito ao nível 1 (*ler os dados*), em que se requer a leitura literal do gráfico, sem interpretar nem transformar a informação nele contida; as alíneas 3b), 3c), 4b), 4c) e 5b) dizem respeito ao nível 2 (*ler entre os dados*), que inclui a interpretação e integração dos dados do gráfico e requer a habilidade para comparar quantidades e usar outros conceitos e destrezas matemáticas; e as alíneas 4d) e 5c) diziam respeito ao nível 3 (*ler além dos dados*), em que se requer que o leitor realize predições e inferências a partir dos dados, usando informações que não se extraem directamente do gráfico, mas sim a partir do contexto da situação em que o gráfico se insere.

A validade do teste era um aspecto importante a ter em conta na sua elaboração, pois reflectia a relação entre os dados obtidos com a finalidade de os corrigir, ou seja, verificarmos se o teste mede o que se pretende medir (Fox, 1987).

No caso presente, tratando-se um teste para medir a realização dos alunos, a validade de conteúdo é uma característica particularmente importante para determinar se o teste que vamos

utilizar representa adequadamente o conteúdo que pretendemos medir (Gall et al., 2003). Para tal, questionaram-se três professores de Matemática do 3.º ciclo do ensino básico, que corroboraram a adequação e representatividade das questões do teste ao conteúdo dos gráficos estatísticos.

Subsequentemente, foi pedida autorização à Direcção de uma escola de um outro concelho vizinho e aos Encarregados de Educação de quatro alunos de uma turma de 9.º ano para aplicarmos o teste no mês de Novembro de 2009. Depois de obtidas as respectivas autorizações, a investigadora aplicou o teste a esses quatro alunos da turma numa aula de Matemática de noventa minutos.

Esta fase da validação do teste teve como principal objectivo avaliar se a linguagem utilizada era facilmente compreensível pelos alunos, se o teste não era demasiado grande para o tempo previsto (90 minutos), se ao longo da sua resolução os alunos não se desmotivavam e se as questões não apresentavam dubiedade.

Antes de se dar início à realização do teste, a investigadora começou por agradecer aos alunos a colaboração e disponibilidade prestadas e explicou qual o propósito da sua aplicação.

O teste foi aplicado em duas partes separadamente: na primeira parte os alunos responderam às questões relativas aos dados pessoais, às três questões sobre concepções de Estatística e tipos de gráficos estatísticos, juntamente com as tarefas 1 e 2, que dizem respeito à construção de gráficos; na segunda parte, depois de terem respondido às questões anteriores, os alunos responderam às tarefas 3, 4 e 5, que se relacionam com a leitura e interpretação de gráficos. Dos quatro alunos que participaram nesta fase do estudo, dois demoraram muito tempo a resolver a tarefa 2, atrasando deste modo os outros alunos que já tinham respondido a todas as questões da primeira parte. Em consequência, na aplicação final optou-se por passar o teste na totalidade e não em duas partes, permitindo-se assim uma gestão mais autónoma do tempo.

Ao longo da aplicação do teste os alunos foram colocando algumas questões relacionadas com as tarefas 1, 2 e 5, tais como: se poderiam trocar a ordem das alíneas da tarefa 1, se na tarefa 2 podiam juntar os animais por sexo e pediram para explicar o significado da expressão “termo representativo” na alínea 5b).

Em relação à primeira questão, a resposta da investigadora foi afirmativa, pois tal situação não alterava o grau de dificuldade das perguntas. Quanto à segunda questão, foi-lhes respondido que o propósito da tarefa era a construção de um gráfico que representasse o tempo médio de

vida dos 21 animais. Finalmente, na terceira questão respondeu-se que se pretendia que a partir dos valores dados determinassem um valor que os representasse e permitisse comparar a esperança média de vida dos homens com a esperança média de vida das mulheres.

Ainda durante a aplicação do teste alguns alunos pediram material, tal como transferidores, compassos e esquadros ou régua, que de imediato lhes foi disponibilizado pela investigadora que tinha em sua posse esses materiais.

Da aplicação do teste e dos registos feitos pela investigadora, destacaram-se as seguintes conclusões:

1. O tempo máximo gasto na realização do teste foi de 65 minutos;
2. A realização do teste requer o uso de algum material de apoio, pelo menos para alguns alunos, tal como calculadora, compasso, régua, esquadro e transferidor;
3. As questões adequam-se ao nível etário e escolar dos alunos, não tendo suscitado qualquer dúvida que exigisse alterações dos enunciados;
4. Finalmente, decidiu-se por passar o teste de uma só vez, admitindo-se que os alunos tenham acesso aos gráficos dados nas tarefas 3, 4 e 5, na construção dos gráficos pedidos nas tarefas 1 e 2.

3.3.2. Administração do teste

Antes da aplicação do teste, foi pedida autorização ao Conselho Pedagógico da escola em que decorreu o estudo para o aplicar em quatro turmas de 9.º ano, numa aula de Matemática, Área de Projecto ou Estudo Acompanhado. Depois de obtida a autorização da escola, foi feito o mesmo pedido aos Encarregados de Educação dos alunos das quatro turmas. Este procedimento levou dois meses a ser concluído, devido à necessidade de recolher 108 autorizações de Encarregados de Educação.

Uma vez obtidos os devidos consentimentos, a passagem do teste foi marcada para as três últimas semanas do mês de Janeiro e primeira de Fevereiro, de 2010, numa aula de noventa minutos da Área de Projecto, de acordo com a disponibilidade dos professores das respectivas áreas curriculares não disciplinares. A passagem do teste não pôde realizar-se nas aulas de Estudo Acompanhado ou de Matemática devido à necessidade de os professores usarem para preparar os alunos para o teste intermédio de Matemática, que iria decorrer na mesma altura.

Dias antes da realização do teste lembrei aos Directores de Turma o dia da sua aplicação e foi-lhes pedido para informarem os alunos sobre o dia do teste, bem como da necessidade de trazerem algum material, tal como calculadora, transferidor, régua e compasso.

O teste foi administrado nos dias previstos, sob a orientação da investigadora, que esteve presente durante todo o tempo de realização do teste de modo a dar qualquer esclarecimento que lhe fosse solicitado.

No início de cada aplicação, começou-se por agradecer aos alunos a disponibilidade em participarem neste estudo, fez-se referência ao propósito do estudo e reafirmou-se o compromisso de confidencialidade das respostas dos alunos por parte da investigadora, bem como de toda a informação que eles disponibilizariam. Clarificou-se, ainda, que o facto de se pedir o nome e a turma se relacionava com a possibilidade de futuras entrevistas individuais para eventuais esclarecimentos sobre a resolução de algumas questões, o que não veio a concretizar-se. Por último, em resposta à preocupação da maioria dos alunos, esclareceu-se que os resultados do teste não influenciariam, de qualquer forma, as suas classificações escolares.

De seguida, após a entrega dos testes, foi solicitado aos alunos para confirmarem o número de páginas do teste, para lerem atentamente os enunciados das questões e para responderem a todas as questões, justificando as respostas sempre que tal era pedido.

À medida que os alunos iam resolvendo o teste, a investigadora foi circulando de modo a esclarecer algumas dúvidas colocadas pelos alunos, adoptando uma postura orientadora e questionadora. Durante a resolução do teste foi disponibilizado aos alunos o material necessário, à medida que este era solicitado, tal como calculadoras, compassos, régua e transferidores.

As dificuldades apresentadas pelos alunos ao longo do teste relacionaram-se essencialmente com questões de interpretação. Verificaram-se também algumas dúvidas associadas ao cálculo e à conversão dos resultados em percentagens ou graus.

Uma vez concluídos os testes, procedeu-se à sua recolha e agradeceu-se, mais uma vez a disponibilidade e colaboração dos alunos.

3.4. Análise e tratamento de dados

O estudo sobre a construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos, efectuados por alunos do 9.º ano de escolaridade, foi feito a partir dos dados obtidos através da aplicação do teste aos alunos, tendo por referência as questões de investigação.

Primeiramente foi analisado o desempenho dos alunos a Matemática de acordo com as notas obtidas por estes no 7.º e 8.º ano de escolaridade. Deste modo o desempenho a Matemática foi classificado em fraco, médio e bom consoante o valor da soma dos níveis de avaliação de final de cada ano ser inferior ou igual a 5, igual a 6 ou 7 e superior ou igual a 8, respectivamente. Os níveis de avaliação dos alunos a Matemática, tanto no 7.º ano como no 8.º ano, foram expressos numa escala de 0 a 5.

Em termos de análise de dados, começámos por estudar as respostas e as estratégias subjacentes às respostas dos alunos (quando tal era pertinente) em cada uma das questões do teste.

Na questão 1 – “O que é para ti a Estatística?” – tratando-se de uma questão aberta, as respostas foram categorizadas *a posteriori*, aquando da análise das respostas apresentadas pelos alunos.

Na questão 2 – “Que tipos de gráficos estatísticos conheces?” – foram determinadas percentagens do número de gráficos conhecidos dos alunos e dos diferentes tipos de gráficos por eles mencionados, resumindo-se seguidamente os resultados obtidos em tabelas. Nesta questão averiguámos, também, a existência de relação entre o desempenho a Matemática e o número de gráficos mencionados pelos alunos.

Na questão 3 – “Qual a utilidade dos gráficos estatísticos?” – tratando-se de uma questão aberta, definiram-se categorias de resposta *a posteriori*, aquando da análise de dados.

Seguidamente procedeu-se à análise das respostas e das estratégias de resolução das questões designadas por tarefas sobre a construção, leitura e interpretação de gráficos, correspondentes às tarefas 1, 2, 3, 4 e 5. Em todas estas tarefas, as respostas foram classificadas em correctas, parcialmente correctas e incorrectas.

No que diz respeito às questões 1a), 1b) e 2, primeiramente definiram-se quais os elementos relevantes para a construção dos gráficos, nomeadamente:

- na construção dos gráficos de barras simples: utilização de rótulos ou identificação nos eixos das variáveis e das frequências, escala adequada e altura das barras proporcional à frequência que representam;

- na construção dos gráficos de barras agrupadas e empilhadas: utilização de rótulos ou identificação nos eixos das variáveis e das frequências, escala adequada e altura das barras proporcional à frequência que representam, legenda a identificar as duas categorias da variável

sexo, construção de barras das duas categorias da variável unidas/divididas com cores ou padrões distintos;

- na construção dos gráficos de linhas: identificação dos eixos coordenados, marcação de uma escala adequada, marcação correcta dos pontos coordenados, legenda a identificar as duas categorias da variável sexo;

- na construção dos gráficos circulares: número de sectores circulares igual ao número de categorias da variável e área dos sectores circulares proporcional às frequências das categorias, legenda a identificar as duas categorias da variável sexo;

- na construção dos gráficos cartesianos: identificação dos eixos coordenados, marcação de uma escala adequada, bem como marcação correcta dos pontos coordenados;

- na construção dos pictogramas: utilização de um número de imagens pictóricas correspondente à quantidade que representam e identificação apropriada do eixo horizontal e/ou vertical;

- na construção de histogramas: identificação das variáveis nos eixos, escala adequada, altura das barras proporcional à frequência que representam, identificação e distribuição dos valores da variável em classes e construção de barras unidas.

Posteriormente, procedeu-se à classificação das respostas dos alunos, de acordo com os elementos dos gráficos considerados anteriormente.

Assim, na questão 1a) classificaram-se como correctas as respostas que contemplavam a construção de gráficos de barras simples, circulares ou a construção de gráficos cartesianos que incluíam todos os aspectos referidos. Foram consideradas parcialmente correctas as respostas em que na construção de gráficos de barras simples se omitiam os rótulos do eixo da variável e/ou do eixo das frequências, falhavam na marcação da escala no que diz respeito à dimensão das barras ou consideravam o valor um em vez do valor zero para origem do eixo horizontal, bem como as respostas em que as barras dos diferentes valores da variável estavam unidas e não separadas. Consideraram-se incorrectas as construções de gráficos de barras simples nos quais os alunos tinham em conta a variável idade segundo as categorias feminino e masculino ou então faziam corresponder as idades dos alunos às alturas das barras; construções de gráficos circulares que contemplavam a variável sexo; construções de tabelas e todas as respostas que consideravam a variável segundo as categorias feminino e masculino.

Na questão 1b) classificaram-se como correctas as respostas que contemplavam gráficos de barras agrupadas, barras empilhadas, de linhas e pictogramas que incluíam todos os

aspectos referidos anteriormente. Consideraram-se parcialmente correctas as respostas cujos gráficos de barras agrupadas omitiam a identificação dos eixos da variável e/ou das frequências; as que representavam erradamente as barras relativas a uma ou ambas as categorias da variável idade; as que não uniam as barras das duas categorias (feminino e masculino) respeitantes à variável idade e as que uniam as barras de todos os valores das diferentes categorias e cujos gráficos de linhas não incluíam rótulos nos eixos da variável e/ou das frequências nem eram marcados com precisão alguns dos pontos dados. Também foram consideradas parcialmente correctas as respostas que contemplavam a construção de dois gráficos separados, nomeadamente de barras simples ou circulares.

Designaram-se por incorrectas as respostas cujas construções contemplavam: gráficos de barras agrupadas, cujos erros se deviam à falta de rigor na construção que produziram, bem como à não identificação do eixo das frequências e à omissão da escala nesse eixo; gráficos de barras empilhadas que omitiam os rótulos de um ou ambos os eixos, representavam erradamente as barras relativas às frequências de uma das categorias da variável sexo, partindo do eixo horizontal e não do extremo das barras representativas da outra categoria, ou a existência de barras não empilhadas referentes a um dos valores da variável idade.

Consideraram-se também incorrectas as respostas que contemplavam a construção de dois gráficos circulares cujas áreas dos sectores circulares não eram proporcionais às frequências que representavam ou, não incluíam rótulos referentes às categorias feminino e masculino ou aos valores da variável idade; os gráficos de barras simples que não relacionavam as idades dos alunos segundo o sexo feminino e masculino com o número de alunos.

Na tarefa 2 classificaram-se como correctas as respostas que representavam a variável (tempo médio de vida) em classes, recorrendo, para tal, à construção de um histograma, incluindo todos os aspectos referidos anteriormente. Nesta tarefa foram consideradas parcialmente correctas as respostas que contemplavam a construção de um histograma com classes de diferentes amplitudes sem as relacionar com as suas alturas. Em todos os outros casos, as respostas dos alunos foram consideradas incorrectas, em particular, no que diz respeito à construção de gráficos de barras simples ou circulares, por não se adequarem ao tipo de dados da tarefa.

Tal como foi referido na secção anterior, as respostas das três tarefas foram analisadas de acordo com os níveis de leitura e interpretação de gráficos de Curcio (1989), considerando-se as

questões 3a), 4a) e 5a) inseridas no nível 1 (*ler os dados*), as questões 3b), 3c), 4b), 4c) e 5b) no nível 2 (*ler entre os dados*) e as questões 4d) e 5c) no nível 3 (*ler além dos dados*).

No que diz respeito às questões 3b) e 3c) foram criadas subcategorias, de acordo com as estratégias de resolução, especificamente *regra três simples e outra estratégia*. Na questão 4c) as subcategorias consideradas foram *regra três simples e comparação de percentagens*.

Depois de analisadas cada uma das questões do teste, estudou-se a correlação linear de Pearson entre o desempenho a Matemática, definido através da soma das classificações dos alunos no 7.º e 8.º anos de escolaridade, e o número de gráficos que os alunos afirmaram conhecer, que foi estudado na questão 2.

Seguidamente, estudámos a influência do desempenho a Matemática na construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos, isto é, nas questões das tarefas 1, 2, 3, 4 e 5. Para tal, codificaram-se as respostas dos alunos com os valores: 0 – resposta incorrecta; 1 – resposta parcialmente correcta; 2 – resposta correcta. Codificou-se também o desempenho dos alunos a Matemática usando o seguinte procedimento: adicionámos as classificações obtidas pelos alunos no 7.º e 8.º anos de escolaridade e, de seguida, categorizámos em “fraco” o desempenho correspondente a uma soma inferior ou igual a 5, em “médio” o desempenho correspondente a uma soma compreendida entre 6 e 7 (inclusive) e “bom” o desempenho correspondente a uma soma superior ou igual a 8. Na Tabela 7 apresentam-se os resultados da codificação e nela pode verificar-se que quase metade dos alunos apresentam um desempenho médio.

Tabela 7 – Distribuição dos participantes segundo o desempenho “fraco”, “médio” e “bom” a Matemática ($n = 108$)

Desempenho a Matemática	% de participantes
Fraco	27
Médio	45
Bom	28

Recorrendo ao teste não paramétrico para amostras independentes de Kruskal-Wallis, comparámos os três grupos definidos pela variável desempenho em Matemática no que diz respeito a cada uma das questões das tarefas sobre construção, leitura e interpretação de gráficos.

Finalmente, consideraram-se todas as questões relativas à construção de gráficos, todas as questões relativas à leitura e interpretação de gráficos e todas as questões relativas à construção, leitura e interpretação de gráficos, determinando-se, para cada um destes conjuntos de questões, a soma dos valores que a variável resposta tomou em cada uma das respectivas questões (recorde-se que em cada questão a variável resposta podia tomar os valores 0, 1 ou 2). Novamente aplicámos o teste não paramétrico para amostras independentes de Kruskal-Wallis para comparar os três grupos definidos pela variável desempenho em Matemática na variável dependente resposta em cada um dos conjuntos de questões sobre construção de gráficos, sobre leitura e interpretação de gráficos e sobre construção, leitura e interpretação de gráficos.

A utilização do teste não paramétrico de Kruskal-Wallis para amostras independentes em vez da one-way Anova (um teste paramétrico mais robusto) prendeu-se com o facto de a variável resposta, no caso das questões individuais, tomar apenas três valores (0, 1 e 2) e por não se verificar o pressuposto de normalidade que os testes paramétricos requerem. Embora no caso dos conjuntos de várias questões a variável resposta passe a tomar mais valores, a questão da normalidade mantém-se pois estão envolvidas amostras de pequena dimensão, como é o caso do grupo de alunos de desempenho fraco ($n = 29$).

Finalmente, estudou-se a correlação linear de Pearson entre o desempenho dos alunos na construção de gráficos (conjunto das tarefas 1 e 2) e na leitura e interpretação de gráficos (conjunto das tarefas 3, 4 e 5).

Em toda a análise estatística usou-se o programa *Statistical Packedge for the Social Sciences* (SPSS), versão 17 para Windows, e adoptou-se o nível de significância estatística de 0,05.

CAPÍTULO 4

APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo, constituído por três secções, apresentam-se os resultados obtidos no estudo. Na primeira secção analisam-se as questões apresentadas aos alunos sobre o que é a Estatística, que tipos de gráficos estatísticos conhecem e qual sua utilidade.

Na segunda secção, constituída por cinco subsecções, apresentam-se as respostas e estratégias de resolução dos alunos em cada uma das cinco tarefas propostas aos alunos, no que diz respeito à construção e à leitura e interpretação de gráficos. As tarefas 1 e 2, correspondentes às subsecções 1 e 2, respectivamente, têm por finalidade avaliar a capacidade de os alunos construírem gráficos adequados para representar as situações descritas em cada uma. As tarefas 3, 4 e 5, correspondentes às subsecções 3, 4 e 5, respectivamente, têm por finalidade avaliar a capacidade de os alunos lerem e interpretarem gráficos dados. Nestas últimas três tarefas considerando os níveis de leitura e interpretação de gráficos de Curcio (1989), as alíneas 3a), 4a) e 5a) dizem respeito ao nível 1 (*ler os dados*), em que se requer a leitura literal do gráfico, sem interpretar a informação nele contida, as alíneas 3b), 3c), 4b), 4c) e 5b) dizem respeito ao nível 2 (*ler entre os dados*), que inclui a interpretação e integração dos dados do gráfico e requer a habilidade para comparar quantidades e usar outros conceitos e destrezas matemáticas, e as alíneas 4d) e 5c) dizem respeito ao nível 3 (*ler além dos dados*), em que se requer que o leitor realize predições e inferências a partir dos dados, usando informações que não se extraem directamente do gráfico, a partir do contexto da situação que o gráfico representa.

Finalmente, na terceira secção apresentam-se os resultados sobre a relação entre o desempenho dos alunos na disciplina de Matemática e a construção, leitura e interpretação de gráficos e a relação entre a construção de gráficos e a leitura e interpretação de gráficos.

4.1. Concepções sobre Estatística, tipos de gráficos e sua utilidade

Questão 1

O que é para ti a Estatística?

Nesta pergunta os alunos foram questionados sobre o que é a Estatística, tendo cerca de 31% associado esta disciplina ao estudo dos gráficos e/ou tabelas. No entanto, destes, somente 8% fizeram referência às tabelas, tal como se ilustra com a resposta dada pelo aluno A11.

O que é para ti a Estatística? Para mim a Estatística é quando se representa num gráfico ou numa tabela os resultados, por exemplo da idade dos alunos para ficar simplificado.

Figura 5. Resposta dada pelo aluno A11 na questão 1

Dos alunos que fizeram referência aos gráficos, mais de metade incluíram também na definição de Estatística outros aspectos: resultados, valores e acontecimentos, ou então a organização e interpretação de gráficos, ou até a resolução de problemas através dos gráficos, como se pode constatar nas respostas apresentadas nas Figuras 6, 7, 8, 9 e 10.

O que é para ti a Estatística? Para mim estatística é valores nos quais fazer em gráficos como gráficos de barras

Figura 6. Resposta dada pelo aluno A20 na questão 1

O que é para ti a Estatística? Para mim a Estatística é forma de representar um acontecimento problemático através de gráficos.

Figura 7. Resposta dada pelo aluno A26 na questão 1

O que é para ti a Estatística? A estatística para mim é representar graficamente dados de forma organizada.

Figura 8. Resposta dada pelo aluno A1 na questão 1

O que é para ti a Estatística? A estatística é a construção interpretação de gráficos

Figura 9. Resposta dada pelo aluno A93 na questão 1

O que é para ti a Estatística? Estatística, para mim é um ramo da Matemática que utiliza gráficos para a resolução de problemas.

Figura 10. Resposta dada pelo aluno A57 na questão 1

No entanto, todos os restantes alunos apenas relacionaram a Estatística com o estudo de gráficos, como se pode verificar na resposta da Figura 11.

O que é para ti a Estatística? A estatística é o que estuda
os gráficos

Figura 11. Resposta dada pelo aluno A₅₂ na questão 1

Aproximadamente 13% dos alunos referem a Estatística com termos e conceitos estatísticos, tais como análise, organização e/ou tratamento de dados, população, contagens e percentagens, como se pode verificar nas respostas apresentadas nas Figuras 12, 13, e 14.

O que é para ti a Estatística? Organização e tratamento de dados

Figura 12. Resposta dada pelo aluno A₅₅ na questão 1

O que é para ti a Estatística? É uma área da matemática
onde se analisam dados e fazem-se contagens.

Figura 13. Resposta dada pelo aluno A₂ na questão 1

O que é para ti a Estatística? É uma forma de calcular
em percentagem várias situações

Figura 14. Resposta dada pelo aluno A₆₀ na questão 1

Houve 6% dos alunos que relacionaram a Estatística com a determinação de medidas de tendência central. Destes, metade referiram somente a média e os restantes mencionaram as três medidas de tendência central: média, moda e mediana. Este tipo de respostas é exemplificado nas Figuras 15 e 16.

O que é para ti a Estatística? É a Média Moda Mediana.

Figura 15. Resposta dada pelo aluno A₃₂ na questão 1

O que é para ti a Estatística? A estatística ajuda-nos para por
exemplo determinar a população média populacio-
nal de uma determinada localidade, etc.

Figura 16. Resposta dada pelo aluno A₂₂ na questão 1

Uma percentagem considerável dos alunos, cerca de 25%, apresentou respostas baseadas em experiências vivenciadas, designadamente na escola, ou irrelevantes. No primeiro caso, com cerca de metade dos alunos, por exemplo, um referiu que a Estatística é o “estudo, determinação ou compreensão de coisas”, enquanto outros mencionaram que é um “estudo

que se aplica nas pessoas”, do qual “se obtêm informações”, ou então um “método de resolução de problemas”.

Finalmente, é de salientar que 25% dos alunos não apresentaram qualquer definição de Estatística, referindo, por vezes, que não sabiam ou não se lembravam.

Questão 2

Que tipos de gráficos estatísticos conheces?

Em relação ao tipo de gráficos que os alunos conhecem, pode-se verificar que somente 8,3% dos alunos não responderam a esta questão e os restantes reconheceram entre 1 e 5 tipos de gráficos, como consta da Tabela 8.

Tabela 8 – Número de tipos de gráficos que os alunos afirmaram conhecer ($n = 108$)

Nº de gráficos	% de alunos
0	8
1	13
2	44
3	30
4	3
5	2

Os tipos de gráficos estatísticos mencionados pelos alunos foram variados (Tabela 9), incluindo o gráfico de barras, o circular, o de linhas, o pictograma e o histograma. Destes gráficos, os mais aludidos foram os de barras e circular, seguindo-se, como menos mencionados, o pictograma, o histograma e o gráfico de linhas, sendo este último muito pouco mencionado. Para além destes gráficos, foram também indicados os diagramas de Venn e de árvore e as tabelas, tendo sido também considerados pelos alunos como gráficos estatísticos.

Tabela 9: Tipos de gráficos que os alunos mencionaram ($n = 108$)

Tipos de gráficos	% de alunos
Gráfico de barras	87
Gráfico circular	70
Histograma	18
Pictograma	19
Gráfico de linhas	5
Diagrama de Venn	1
Diagrama de árvore	1
Tabela	11

Questão 3

Qual a utilidade dos gráficos estatísticos?

No que se reporta à utilidade dos gráficos estatísticos, salienta-se que 47% dos alunos deram respostas adequadas, dos quais 22% referiram que a utilidade dos gráficos está associada à organização e representação de dados ou de informações; 8% relacionaram a sua utilidade com a leitura e interpretação dos dados e 4% com a compreensão dos dados, como se pode verificar nas respostas das Figuras 17.e 18.

Qual a utilidade dos gráficos estatísticos? Representar informação de
forma mais organizada.

Figura 17. Resposta dada pelo aluno A₂ na questão 3

Qual a utilidade dos gráficos estatísticos? Servem para os mais fácil a
compreensão de dados

Figura 18. Resposta dada pelo aluno A₇ na questão 3

Ainda neste grupo de alunos, 3% consideraram que os gráficos lhes permitem obter dados ou informações sobre os assuntos em estudo; 4% associaram os gráficos à determinação ou comparação de valores e 8% relacionaram-nos com o cálculo, a obtenção de dados ou de informações na forma de percentagem. Este tipo de respostas é exemplificado nas Figuras 19 e 20, a seguir apresentadas.

Qual a utilidade dos gráficos estatísticos? É para se saber um valor
de alguma coisa que esteja perante essa estatis-
tica.

Figura 19. Resposta dada pelo aluno A₃₄ na questão 3

Qual a utilidade dos gráficos estatísticos? Poder representar em
percentagens.

Figura 20. Resposta dada pelo aluno A₁₀₅ na questão 3

Numa percentagem razoável de alunos, 30%, as respostas são variadas e estão relacionadas com questões do dia-a-dia, tais como: “estudo e análise sobre o que as pessoas fazem” ou “apresentação, amostra ou tratamento de temas”.

Relativamente aos restantes alunos, um total de 23%, não apresentaram qualquer resposta.

4.2. Construção, leitura e interpretação de gráficos

Nesta secção, depois de apresentadas as questões que constituem as tarefas, analisam-se as respostas e estratégias apresentadas pelos alunos nas suas resoluções.

4.2.1. Tarefa 1: As idades dos alunos de uma turma do 9.º ano

No início do ano lectivo, o Tiago e a Luísa tiveram curiosidade em conhecer as idades dos colegas de turma, do 9.º ano, distinguindo os rapazes das raparigas, como se indica no quadro seguinte.

Sexo	Idade
Feminino	14
Masculino	13
Feminino	14
Feminino	14
Feminino	15
Masculino	14
Masculino	14
Feminino	14
Feminino	13
Masculino	15
Feminino	15
Feminino	16
Masculino	15
Feminino	16

Sexo	Idade
Feminino	13
Masculino	14
Feminino	13
Feminino	14
Masculino	13
Feminino	14
Feminino	13
Feminino	15
Masculino	16
Feminino	15
Feminino	13
Masculino	16
Masculino	15
Feminino	14

- a) Constrói o gráfico que consideras mais apropriado para representar as idades dos alunos da turma.
- b) Constrói o gráfico que consideras mais apropriado para comparar as idades dos alunos do sexo feminino com as idades dos alunos do sexo masculino da turma.

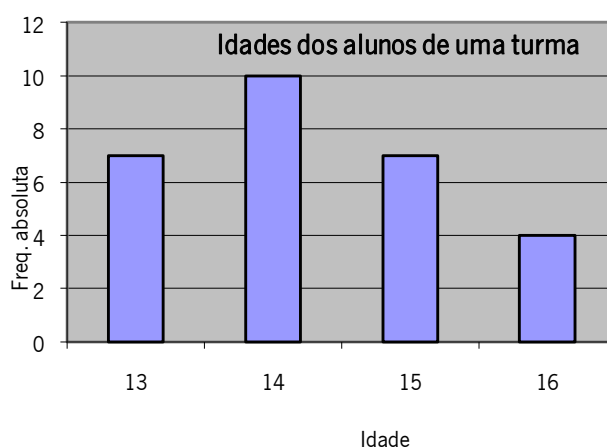
Na questão 1a) pretendia-se que o aluno construísse um gráfico adequado à situação proposta, mediante a determinação do número de alunos da turma com 13, 14, 15 e 16 anos. O gráfico poderia ser de diferente tipo, designadamente de barras ou circular.

Seguidamente, apresenta-se um exemplo de resolução da questão 1, alíneas 1a) e 1b).

Para a construção do gráfico, o aluno deveria começar por determinar as frequências relativas ou absolutas, representando-as, eventualmente, numa tabela.

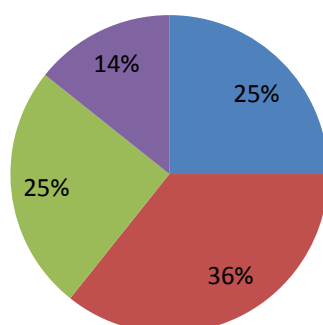
Idades dos alunos da turma	Percentagem (Frequência absoluta)
13	25 (7)
14	36 (10)
15	25 (7)
16	14 (4)
Total	100 (28)

Seguidamente, com os dados obtidos, o aluno poderia construir o gráfico seleccionado, como por exemplo de barras simples ou circular, para representar a distribuição das idades dos alunos da turma.



Idades dos alunos de uma turma

■ 13 anos ■ 14 anos ■ 15 anos ■ 16 anos



No que diz respeito às respostas dos alunos, na alínea a) foram consideradas correctas ou parcialmente correctas, quando contemplaram a construção de um gráfico de barras simples, circular ou cartesiano. Já quando o aluno apresentou uma tabela ou um gráfico, no qual se observava o estudo da variável idade dos alunos, segundo o sexo feminino e masculino, a resposta foi considerada incorrecta.

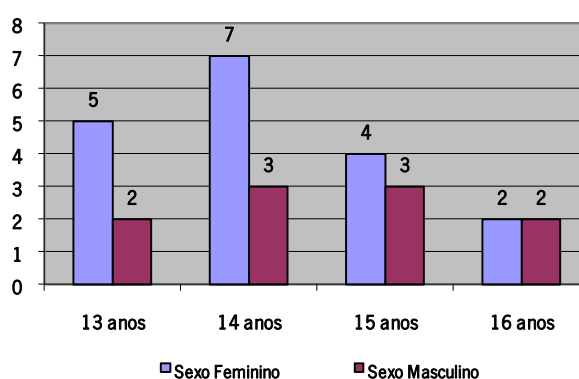
Quanto à questão 1b) pedia-se ao aluno para construir um gráfico que representasse as idades dos alunos segundo o sexo feminino e masculino. Assim, seria adequada a utilização de um gráfico de barras agrupadas ou empilhadas para comparar as idades dos alunos segundo o sexo, bem como de um pictograma. Tal como na alínea anterior, para a construção do gráfico, o

aluno deveria começar por determinar as frequências relativas ou absolutas, representando-as, eventualmente, numa tabela.

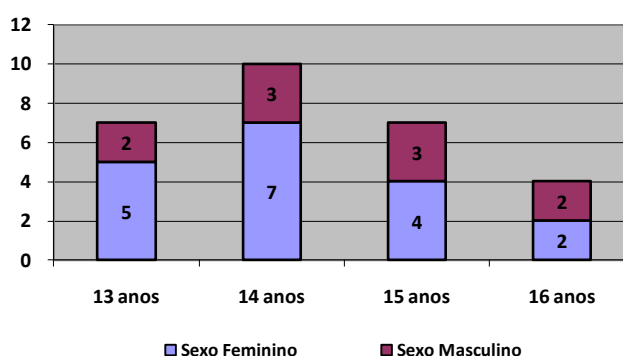
Idades dos alunos da turma	Percentagem (Frequência absoluta)	
	Sexo Feminino	Sexo Masculino
13	28 (5)	20 (2)
14	39 (7)	30 (3)
15	22 (4)	30 (3)
16	11 (2)	20 (2)
Total	100 (18)	100 (10)

Seguidamente, com os dados obtidos, o aluno poderia construir o gráfico seleccionado, como por exemplo de barras agrupadas ou sobrepostas, para representar a distribuição das idades dos alunos da turma segundo o sexo.

Idades dos alunos de uma turma segundo o sexo



Idades dos alunos de uma turma segundo o sexo



Nesta alínea as respostas dos alunos foram consideradas correctas ou parcialmente correctas quando o gráfico construído permitia descrever a variável idade, segundo as duas categorias da variável sexo (masculino e feminino), como é o caso de gráficos de barras

agrupadas, de barras empilhadas, de linhas, circulares ou pictogramas. Apesar de não responderem ao solicitado, foram também consideradas parcialmente correctas as respostas que incluíam a construção de dois gráficos que comparam duas categorias, tais como dois gráficos de barras simples ou circulares.

Em ambas as alíneas a) e b), classificaram-se como correctos os gráficos com os seguintes elementos: nos gráficos de barras simples, agrupadas e empilhadas — utilização de rótulos ou identificação nos eixos das variáveis e das frequências, escala adequada e altura das barras proporcional à frequência que representam; na construção dos gráficos de barras agrupadas, empilhadas, linhas e circulares — legenda a identificar as duas categorias da variável sexo; na construção dos gráficos de barras agrupadas e empilhadas — barras das duas categorias da variável idade unidas/divididas, com cores ou padrões distintos; na construção dos gráficos circulares — número de sectores circulares igual ao número de categorias da variável e área dos sectores circulares proporcional às frequências das categorias; na construção dos gráficos cartesianos — identificação dos eixos coordenados, marcação de uma escala adequada, bem como marcação correcta dos pontos coordenados; na construção dos pictogramas — utilização de um número de imagens pictóricas coerente com a quantidade que representam e identificação apropriada do eixo horizontal e/ou vertical.

Análise geral das repostas e estratégias

Estudadas as respostas às questões 1a) e 1b) procedeu-se à sua categorização em correctas, parcialmente correctas, incorrectas e não respondeu, conforme o tipo de resposta que o aluno deu e a sua adequação ao que era pedido. Na Tabela 10 estão registadas as respostas dos alunos às duas questões.

Tabela 10 – Distribuição da percentagem (frequência absoluta) dos alunos segundo o tipo de respostas às questões 1a) e 1b) da tarefa 1 ($n = 108$).

Resposta	Percentagem (Frequência absoluta)	
	Questão a)	Questão b)
Correcta	34 (37)	15 (16)
Parcialmente correcta	27 (29)	20 (22)
Incorrecta	30 (32)	27 (29)
Não respondeu	9 (10)	38 (41)

Da análise desta tabela pode-se verificar que a percentagem de respostas correctas e parcialmente correctas na alínea a) (61%) é bastante superior à da alínea b) (35%). Em relação

às respostas incorrectas também a percentagem da alínea a) é ligeiramente superior à alínea b). Já no caso das não respostas, a sua percentagem é superior na alínea b).

Questão 1a)

Constrói o gráfico que consideras mais apropriado para representar as idades dos alunos da turma.

Da observação da tabela anterior, em particular no que diz respeito ao tipo de respostas dos alunos à alínea a), verifica-se que apenas 9% dos alunos não responderam à questão e 30% responderam incorrectamente. No entanto, observa-se que uma considerável percentagem de alunos (61%) construiu de um modo correcto ou parcialmente correcto o gráfico solicitado.

As estratégias utilizadas pelos alunos, nas respostas a esta alínea, foram variadas e basearam-se na construção de tabelas ou de diferentes tipos de gráficos, conforme se pode observar na Tabela 11.

Tabela 11 – Distribuição da frequência absoluta dos alunos segundo o tipo de resposta e de estratégia na questão 1a) ($n = 108$).

Resposta	Estratégia							Total
	Barras simples	Circular	Cartesiano	Tabela	Dois gráficos	Barras agrupadas	Barras Empilhadas	
Correcta	35	–	2	–	–	–	–	37
Parcialmente correcta	29	–	–	–	–	–	–	29
Incorrecta	7	3	–	6	3	11	2	32
Total	71	3	2	6	3	11	2	98

Nas respostas correctas, 35 alunos recorreram à construção de gráficos de barras simples e 2 à construção de um gráfico cartesiano.

Relativamente aos que construíram gráficos de barras simples, eles foram considerados correctos por contemplarem na sua construção: a existência de rótulos de identificação do eixo das frequências e do eixo da variável, a altura das barras ser proporcional às frequências que representam, bem como a presença de escalas nos eixos com divisões adequadas, tal como se pode verificar na resolução do aluno A5, apresentada na Figura 21.

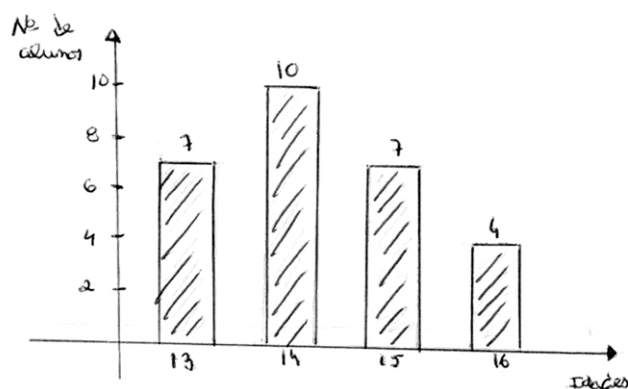


Figura 21. Resposta dada pelo aluno A5 na questão 1a).

É de salientar que um elevado número de alunos (28) teve em atenção o equilíbrio visual, no que diz respeito à largura uniforme das barras e/ou à marcação das linhas auxiliares, e 9 alunos colocaram o título na parte superior do gráfico.

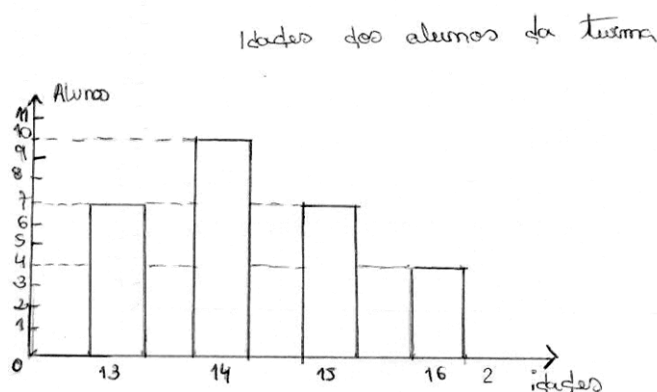


Figura 22. Resposta dada pelo aluno A26 na questão 1a).

Ainda no que diz respeito às respostas correctas, 2 alunos (A83 e A108) recorreram ao gráfico cartesiano para representar as idades dos alunos da turma. Estes alunos fizeram uma identificação apropriada dos eixos coordenados, marcaram com exactidão os pontos, traçaram as linhas auxiliares e fizeram uma divisão cuidada da escala que adoptaram.

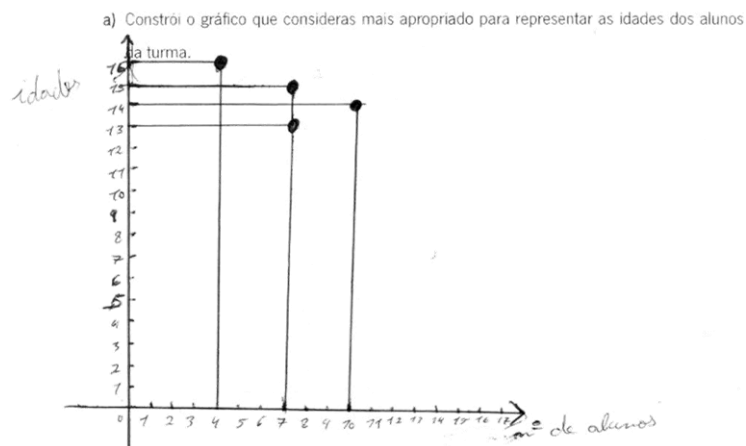


Figura 23. Resposta dada pelo aluno A108 na questão 1a).

Dos 29 alunos que deram respostas parcialmente correctas, 16 alunos omitiram os rótulos do eixo da variável e do eixo das frequências (A₂₄) e 1 aluno falhou na marcação da escala (A₄₇), no que diz respeito à dimensão dos intervalos utilizados e ao ponto de intersecção dos eixos, que considerou ser o um e não o zero.

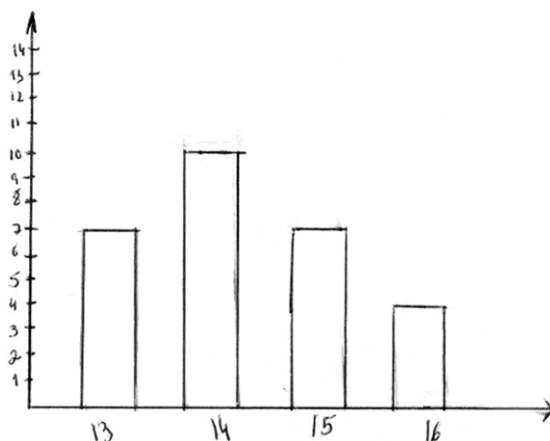


Figura 24. Resposta dada pelo aluno A₂₄ na questão 1a).

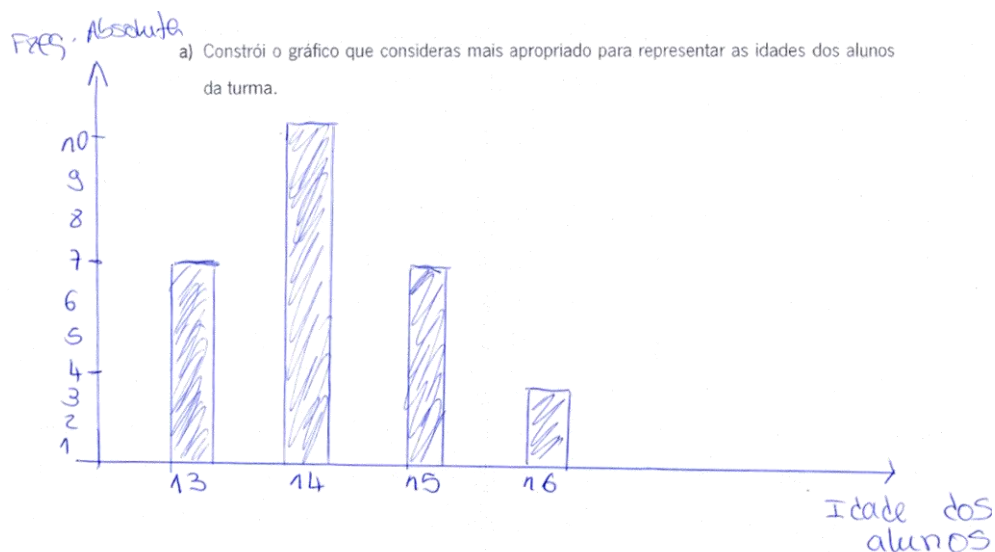


Figura 25. Resposta dada pelo aluno A₄₇ na questão 1a).

Ainda em relação às respostas parcialmente correctas, 12 alunos contemplaram nas suas construções a existência de rótulos de identificação dos eixos das frequências e da variável. A altura das barras é proporcional à frequência que representam e as escalas têm divisões adequadas, no entanto os alunos juntaram as barras dos diferentes valores da variável, tal como se pode verificar pela observação do exemplo de resposta da figura seguinte.

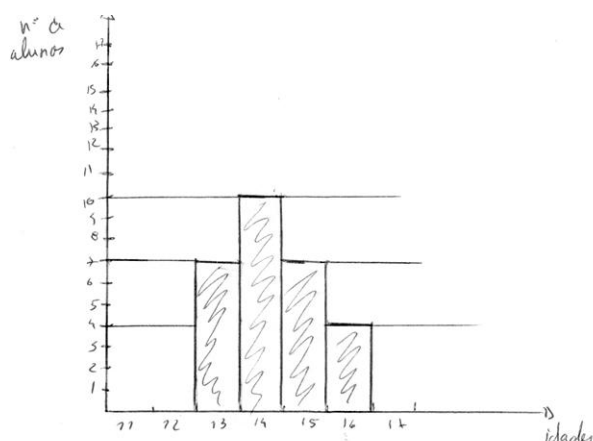


Figura 26. Resposta dada pelo aluno A6 na questão 1a).

No que concerne às respostas incorrectas, 7 dizem respeito à construção de gráficos de barras simples, nos quais os alunos consideraram nas suas construções a variável idade segundo as categorias feminino e masculino (A16) ou então fizeram corresponder as idades dos alunos às alturas das barras (A14). Nesta última construção verificou-se, ainda, que o aluno A14 marcou no eixo OX os valores das frequências, considerando intervalos contínuos, como se de um histograma se tratasse, e no eixo OY os valores da variável idade. Dos 7 alunos referidos anteriormente um deles uniu as barras dos diferentes valores da variável.

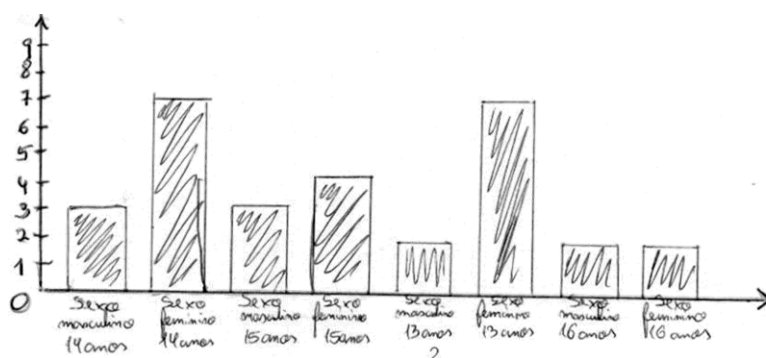


Figura 27. Resposta dada pelo aluno A16 na questão 1a).

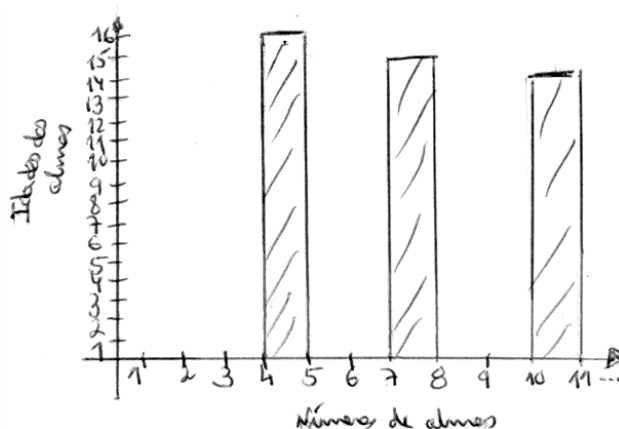


Figura 28. Resposta dada pelo aluno A14 na questão 1a).

Três respostas, consideradas igualmente erradas, relacionam-se com a construção de gráficos circulares que contemplam a variável do sexo, tal como se pode verificar no exemplo de resolução que se segue.

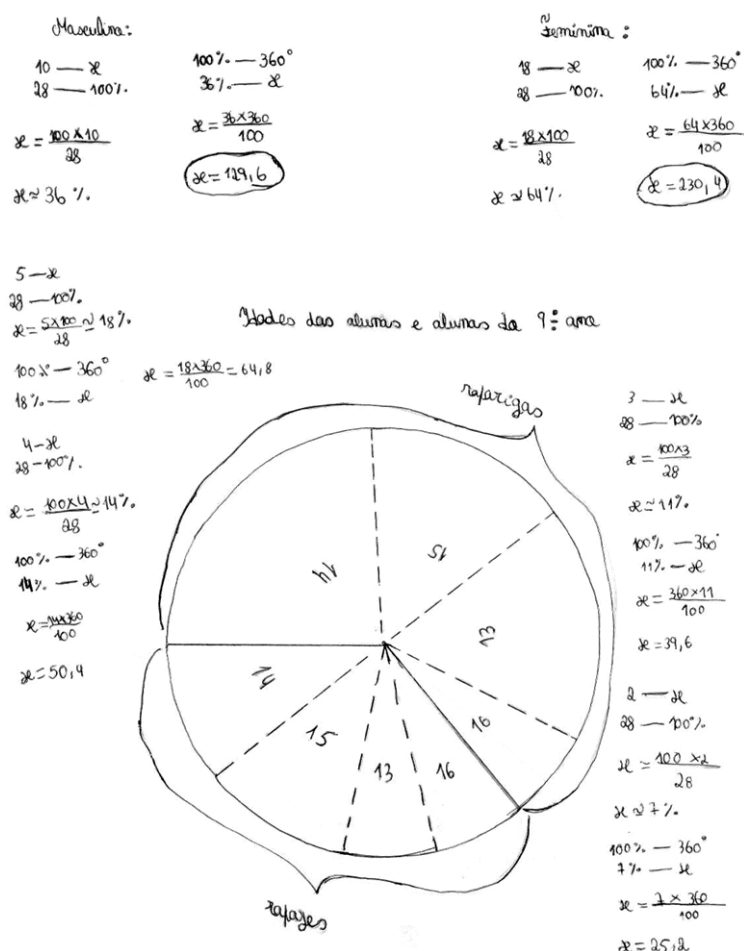


Figura 29. Resposta dada pelo aluno A56 na questão 1a).

Ainda 6 respostas incorrectas dizem respeito à construção de tabelas separadas por sexo, não respondendo deste modo ao solicitado.

Sexo Masculino		Sexo Feminino	
idades	N.º de pessoas	idades	n.º de pessoas
13	2	13	5
14	3	14	6
15	3	15	4
16	2	16	2

Figura 30. Resposta dada pelo aluno A52 na questão 1a).

No que concerne às restantes respostas incorrectas (16), todos os alunos responderam à questão considerando a variável segundo as categorias feminino e masculino, não respondendo

ao solicitado. Destes, 7 alunos construíram gráficos de barras agrupadas (A55), dos quais 4 juntaram as barras referentes aos diferentes valores das variáveis; 2 alunos construíram gráficos de barras empilhadas (A82) e 3 alunos construíram um gráfico de barras simples para cada uma das categorias mencionadas anteriormente (A90), tendo um deles unido as barras das diferentes categorias da variável.

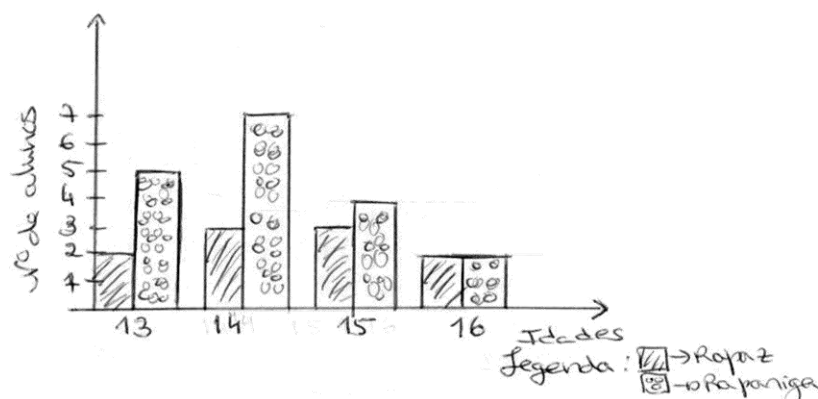


Figura 31. Resposta dada pelo aluno A55 na questão 1a).

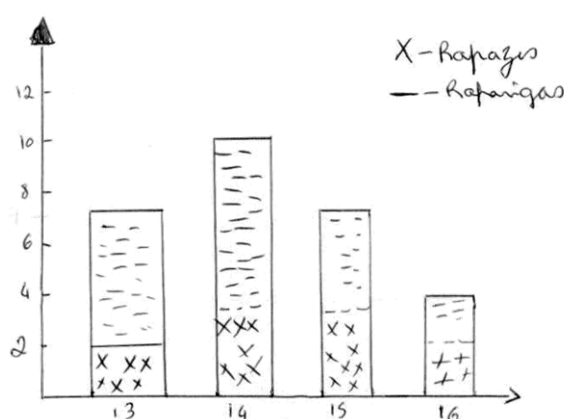


Figura 32. Resposta dada pelo aluno A82 na questão 1a).

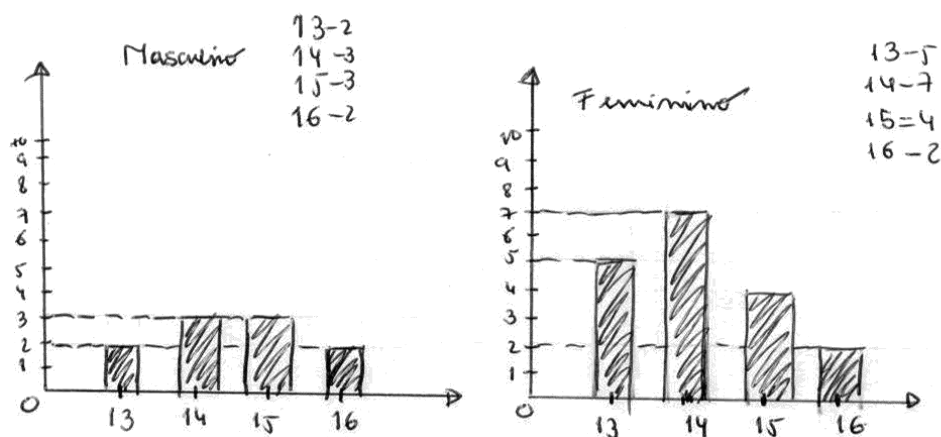


Figura 33. Resposta dada pelo aluno A90 na questão 1a).

Questão 1b)

Constrói o gráfico que consideras mais apropriado para comparar as idades dos alunos do sexo feminino com as idades dos alunos do sexo masculino da turma.

Em relação às respostas dos alunos à alínea b), da observação da Tabela 10, verifica-se que uma elevada percentagem dos alunos (65%) não respondeu à questão ou respondeu incorrectamente. Contudo, alguns alunos (35%) responderam de modo correcto ou parcialmente correcto à questão.

É de salientar que dos 41 alunos que não responderam a esta alínea, 7 tinham-no feito de um modo correcto ou parcialmente correcto na alínea a). Embora na alínea a) fosse solicitada a construção de um gráfico que representasse as idades dos alunos, 2 alunos construíram correctamente um gráfico de barras empilhadas que comparava as idades dos alunos do sexo feminino com as idades dos alunos do sexo masculino. Os restantes 5 alunos construíram gráficos de barras agrupadas parcialmente correctos.

Do estudo das estratégias utilizadas pelos alunos nesta alínea, verifica-se que também foram variadas, conforme se pode comprovar na Tabela 12.

Tabela 12 – Distribuição da frequência absoluta dos alunos segundo o tipo de resposta e de estratégia na questão 1b) ($n = 108$).

Resposta	Estratégia							Total
	Barras agrupadas	Barras Empilhadas	Linhas	Pictogramas	Circular	Dois gráficos	Outros	
Correcta	11	2	1	2	–	–	–	16
Parcialmente correcta	10	–	1	–	–	11	–	22
Incorrecta	1	2	–	–	5	3	18	29
Total	22	4	2	2	5	14	18	67

No que diz respeito às respostas consideradas correctas (16), 11 alunos construíram gráficos de barras agrupadas, 2 alunos gráficos de barras empilhadas, 1 aluno gráfico de linhas e 2 alunos pictogramas.

Em relação aos 13 alunos que apresentaram nas suas respostas gráficos de barras agrupadas e empilhadas, todos eles colocaram rótulos nos eixos da variável e das frequências e legendaram as duas categorias (feminino e masculino) da variável sexo, uniram/dividiram as barras das duas categorias da variável idade, diferenciando-as com padrões distintos. Utilizaram

uma escala apropriada e correctamente dimensionada e estabeleceram barras com alturas proporcionais aos valores que representam.

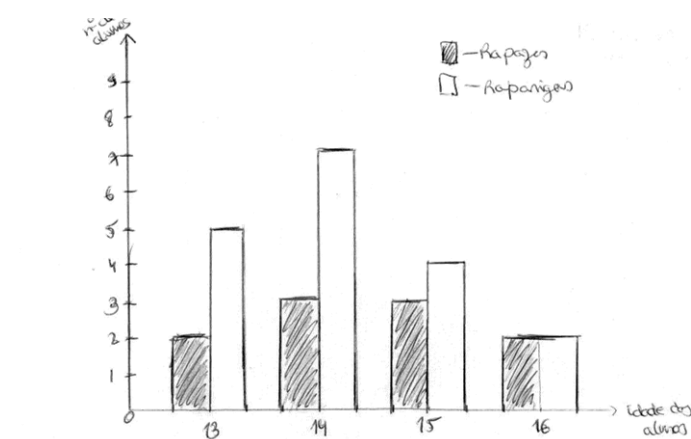


Figura 34. Resposta dada pelo aluno A10 na questão 1b).

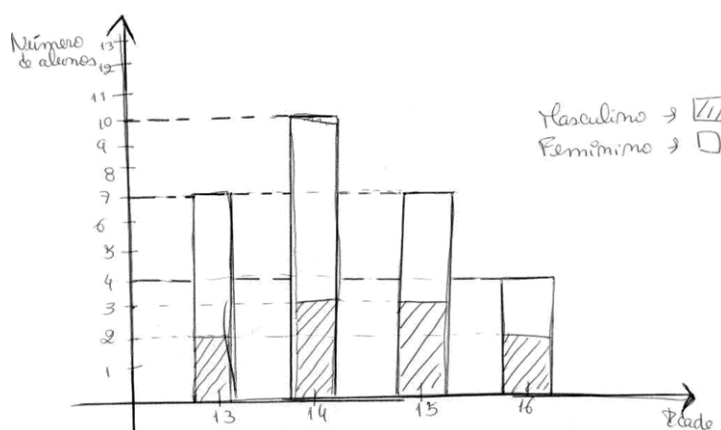


Figura 35. Resposta dada pelo aluno A88 na questão 1b).

Salienta-se ainda que todos os alunos definiram um sistema de eixos perpendiculares que se interceptam na origem e organizaram por ordem crescente os valores da variável idade. Quase todos cumpriram outras regras relacionadas com a construção de gráficos de barras, nomeadamente o equilíbrio visual, no que diz respeito ao espaçamento entre barras e à utilização de linhas auxiliares.

Relativamente ao aluno que construiu um gráfico de linhas num sistema de eixos perpendicular, ele escreveu correctamente as etiquetas dos eixos vertical e horizontal, bem como legendou cada uma das linhas que qualificam as duas categorias (masculino e feminino). Considerou ainda uma escala adequada às quantidades representadas e marcou correctamente os pontos.

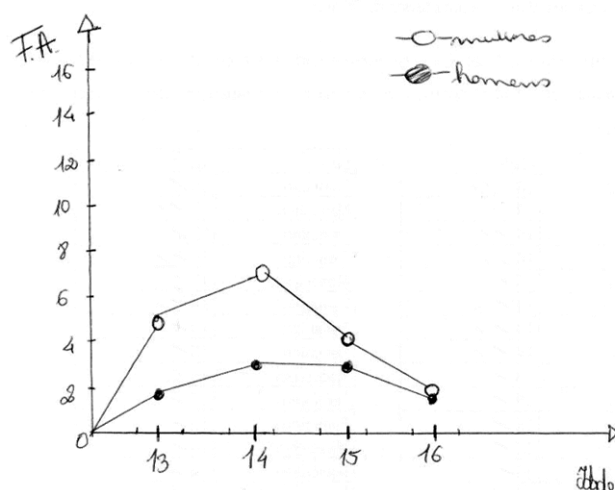


Figura 36. Resposta dada pelo aluno A78 na questão 1b).

Dois alunos recorreram à construção de pictogramas constituídos por formas unitárias, correspondendo cada imagem pictórica a um rapaz ou uma rapariga. Estes gráficos foram considerados correctamente construídos por serem legíveis e conterem um número de imagens proporcional à frequência que representam, legendas relacionadas com as imagens pictóricas e a identificação do eixo da variável idade.

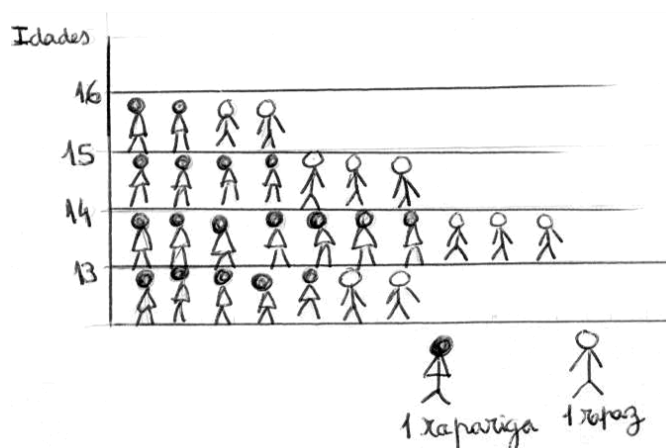


Figura 37. Resposta dada pelo aluno A69 na questão 1b).

É de referir que das 16 respostas consideradas correctas, nenhuma incluía um título para o gráfico construído.

Relativamente às respostas parcialmente correctas, 10 alunos construíram gráficos de barras agrupadas, 1 aluno um gráfico de linhas e 11 alunos dois gráficos de barras simples ou circulares.

Em relação às respostas que contemplam a construção de gráficos de barras agrupadas, 4 alunos omitiram a identificação dos eixos da variável e das frequências e um aluno (A₄₄) representou erradamente as barras relativas à idade de 15 anos.

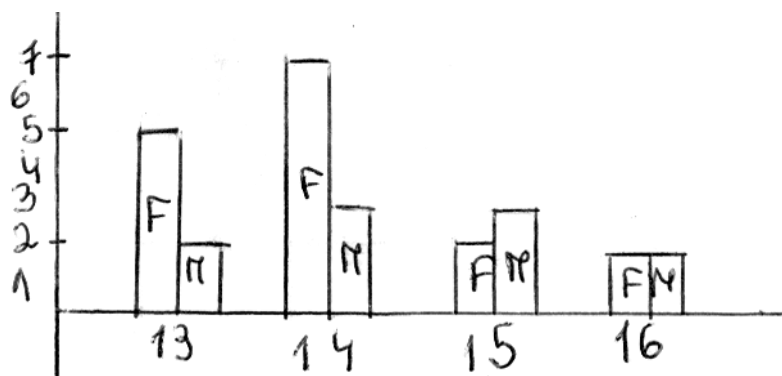


Figura 38. Resposta dada pelo aluno A₄₄ na questão 1b).

Seis alunos, nas suas construções, não uniram as barras das duas categorias (feminino e masculino) respeitantes à variável idade, tal como se pode observar no exemplo de resposta da Figura 39.

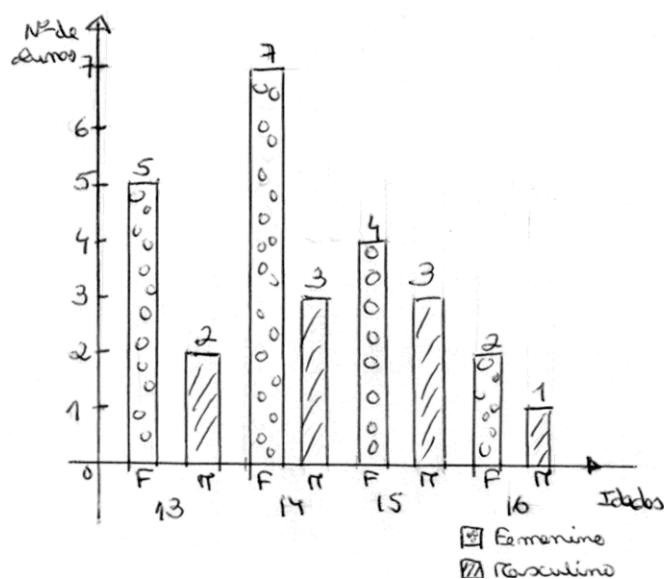


Figura 39. Resposta dada pelo aluno A₅ na questão 1b).

Ainda no grupo referido anteriormente, 5 alunos não etiquetaram os eixos da variável e das frequências e/ou não legendaram as barras referentes às duas categorias (feminino e masculino) e um dos alunos (A₁₈) uniu as barras de todos os valores das diferentes categorias, como se pode observar na figura que se segue.

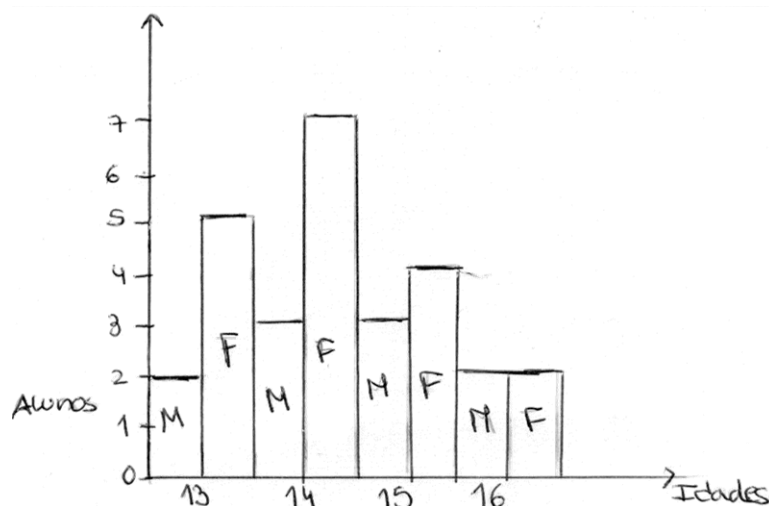


Figura 40. Resposta dada pelo aluno A18 na questão 1b).

Em relação ao aluno que utilizou o gráfico de linhas (A92), não rotulou os eixos da variável e das frequências, apesar de ter legendado as linhas do gráfico que dizem respeito às duas categorias da variável sexo. Este aluno também marcou com pouca precisão alguns pontos, pois para o valor 15 anos a frequência da categoria feminina deveria ser 4 e não 3 e para o valor 16 anos a frequência da categoria masculina deveria ser 1 e não 2. Também não se observa um bom alinhamento dos pontos com os valores da variável idade.

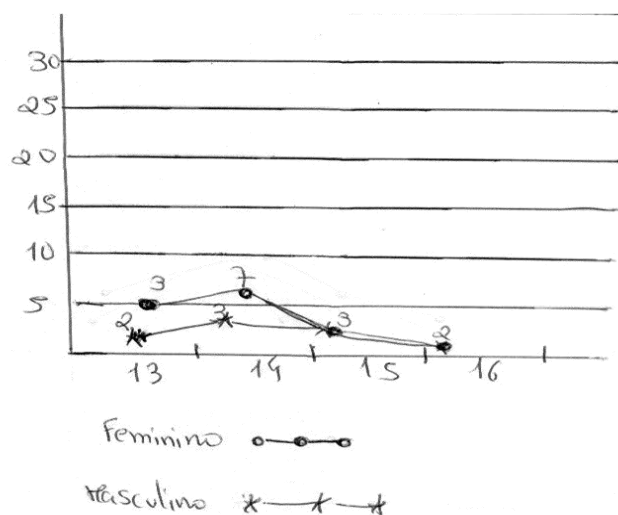


Figura 41. Resposta dada pelo aluno A92 na questão 1b).

Onze respostas foram consideradas parcialmente correctas por não contemplarem a construção de um gráfico, mas sim de dois gráficos. Destes, 9 alunos construíram gráficos de barras simples que nos permitem comparar as duas categorias da variável sexo, por ser usada em ambos a mesma escala, dos quais 5 uniram as barras que dizem respeito a cada um dos valores das variáveis. Quase todos estes gráficos contêm uma legenda que nos esclarece sobre

as componentes do gráfico, bem como sobre o seu objectivo. Em todos eles as alturas das barras são proporcionais à quantidade que representam e a escala é apropriada aos valores apresentados no eixo horizontal.

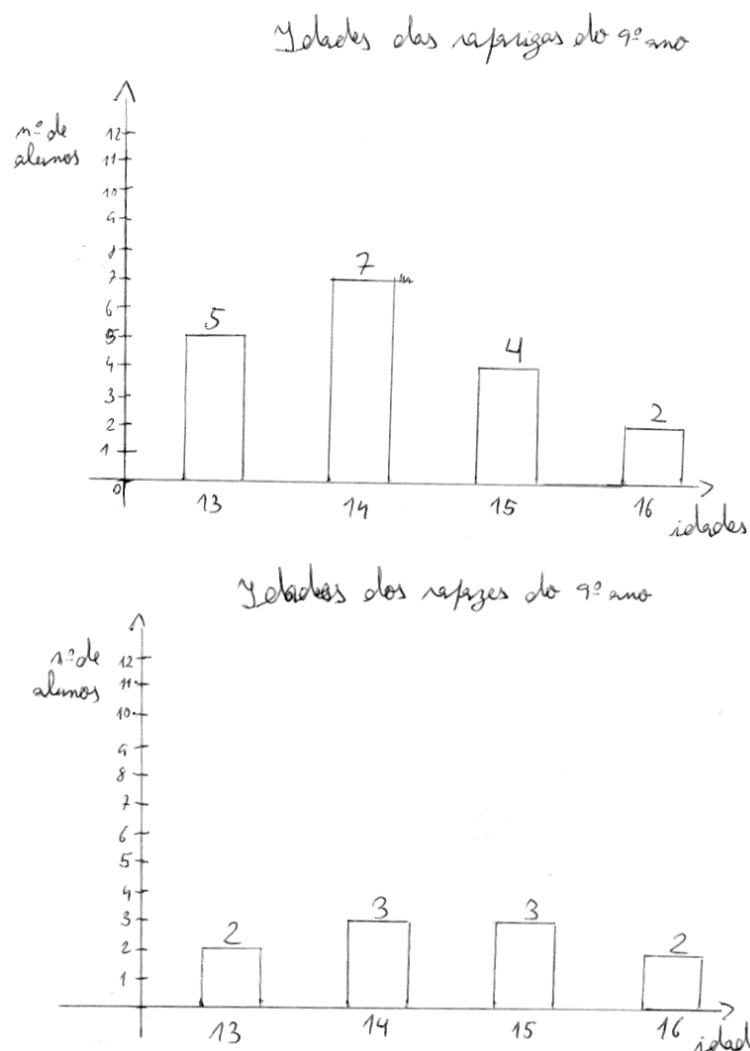


Figura 42. Resposta dada pelo aluno A25 na questão 1b).

É de realçar que todos os alunos referidos anteriormente consideraram, nos seus gráficos, um título, como se pode verificar no exemplo anterior. Contudo, somente este mesmo aluno foi cuidadoso no espaçamento entre as barras e na largura das mesmas.

Dos 9 alunos que construíram dois gráficos de barras simples somente 2 colocaram nas suas construções linhas auxiliares ou horizontais, tal como se pode verificar no exemplo da Figura 43.

a) Constrói o gráfico que consideras mais apropriado para representar as idades dos alunos da turma.

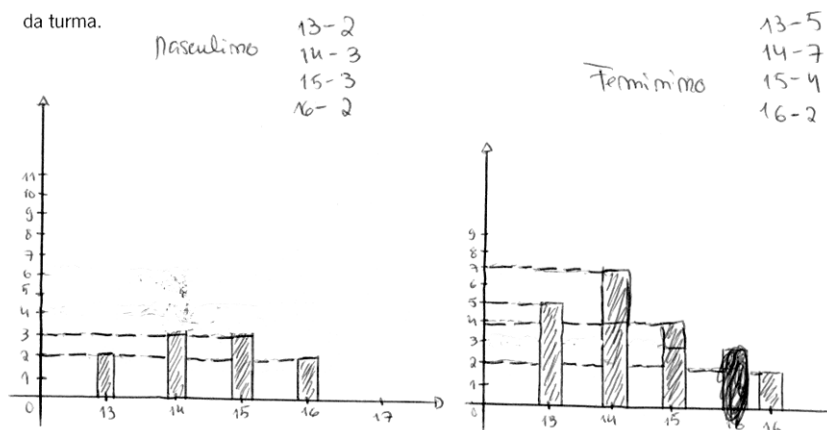


Figura 43. Resposta dada pelo aluno A90 na questão 1b).

Por último, 2 alunos recorreram à construção de dois gráficos circulares, que contemplam a identificação dos sectores circulares e em que a área dos sectores é proporcional à quantidade que representam.

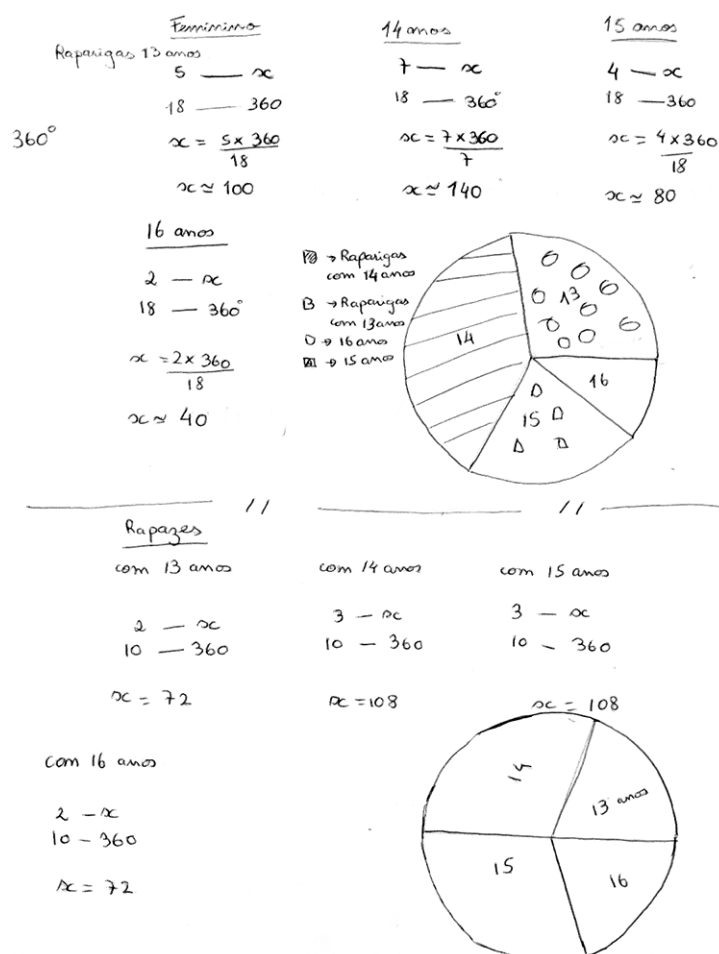


Figura 44. Resposta dada pelo aluno A21 na questão 1b).

Relativamente às respostas incorrectas, 1 aluno construiu um gráfico de barras agrupadas, 2 alunos um gráfico de barras empilhadas, 3 alunos dois gráficos circulares e 5 alunos um gráfico circular. No que concerne aos restantes 18 alunos, 5 construíram tabelas e 13 gráficos de barras simples.

Em relação ao aluno que construiu o gráfico de barras agrupadas, os seus erros devem-se à falta de rigor na construção que produziu, bem como à não identificação do eixo das frequências e à omissão dos valores da escala nesse eixo.

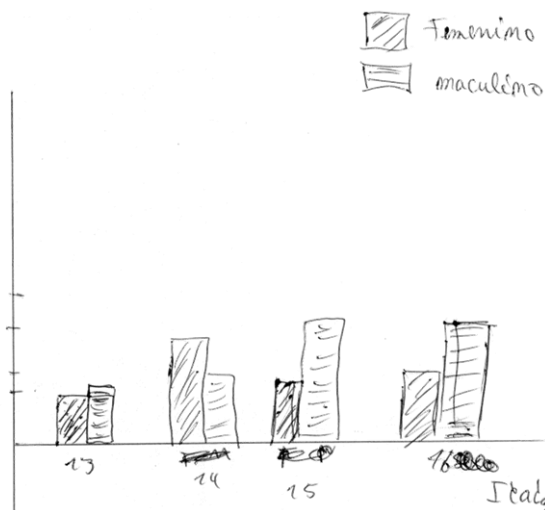


Figura 45. Resposta dada pelo aluno A89 na questão 1b).

Já os alunos que construíram um gráfico de barras empilhadas omitiram os rótulos do eixo da variável idade e construíram erradamente as barras relativas às frequências da categoria feminina da variável sexo. Neste último caso, os alunos ao projectarem as barras, para o sexo feminino, fizeram-no a partir da origem do sistema de eixos e não a partir do extremo das barras representativas do sexo masculino. Também na variável idade, um destes alunos (A83) esqueceu-se de dividir a barra referente ao valor 16 anos, tal como o tinha feito nos valores anteriores e o outro (A35) uniu as barras correspondentes aos diferentes valores da variável, além de ter trocado a ordem das divisões das barras referentes às idades de 15 e 16 anos.

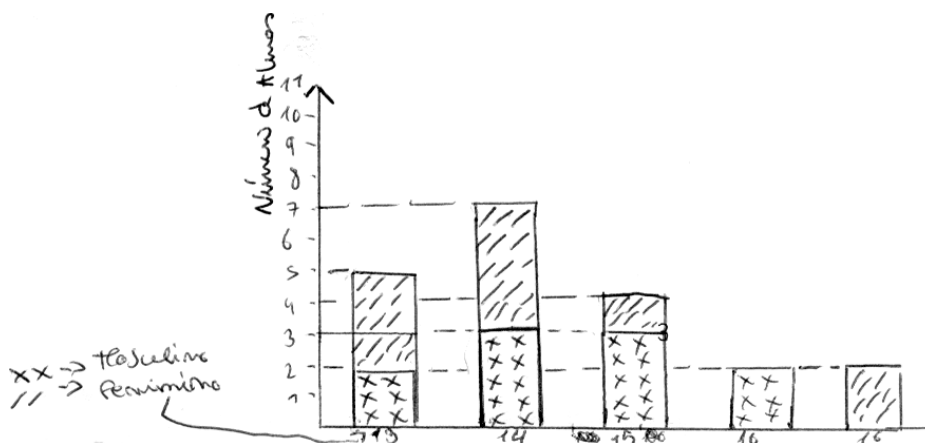


Figura 46. Resposta dada pelo aluno A83 na questão 1b).

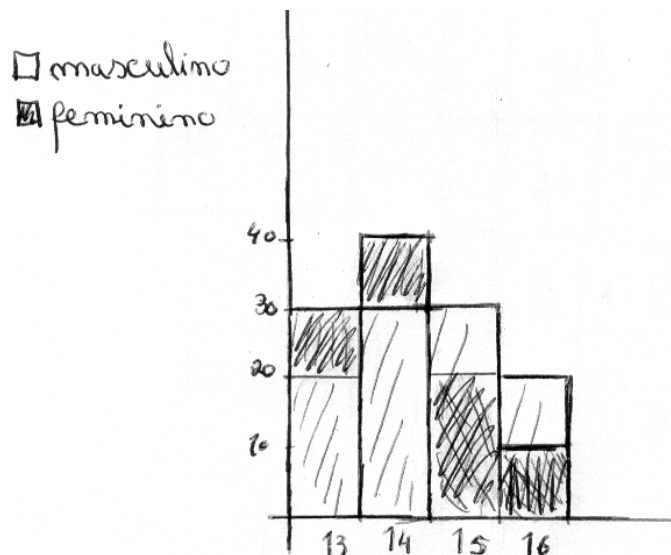


Figura 47. Resposta dada pelo aluno A35 na questão 1b).

Três alunos construíram dois gráficos circulares e 5 um gráfico circular, todos eles incorrectos. Quanto aos alunos que construíram dois gráficos, apesar da determinação correcta da frequência de cada uma das idades segundo o sexo, os alunos limitaram-se a dividir o círculo em quatro partes iguais, tal como se pode verificar no exemplo apresentado na Figura 48.

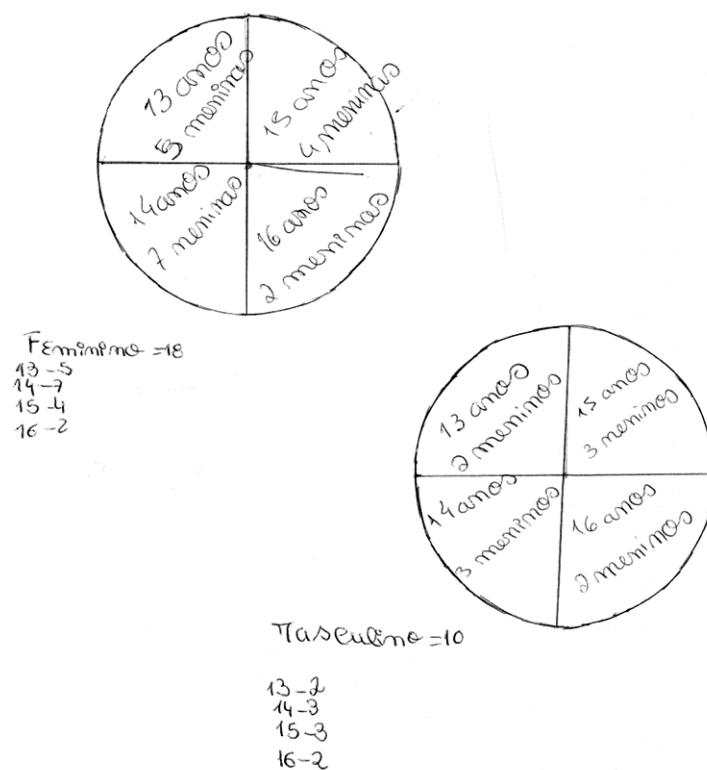


Figura 48. Resposta dada pelo aluno A41 na questão 1b).

Quanto aos 5 alunos que construíram um gráfico circular, inadequado ao solicitado, determinaram erradamente o ângulo de cada sector circular, não identificaram as categorias feminino e masculino, nem os valores da variável idade. No entanto, determinaram correctamente as frequências relativas de cada uma das categorias, quer no que diz respeito ao sexo, quer às diferentes idades dos alunos.

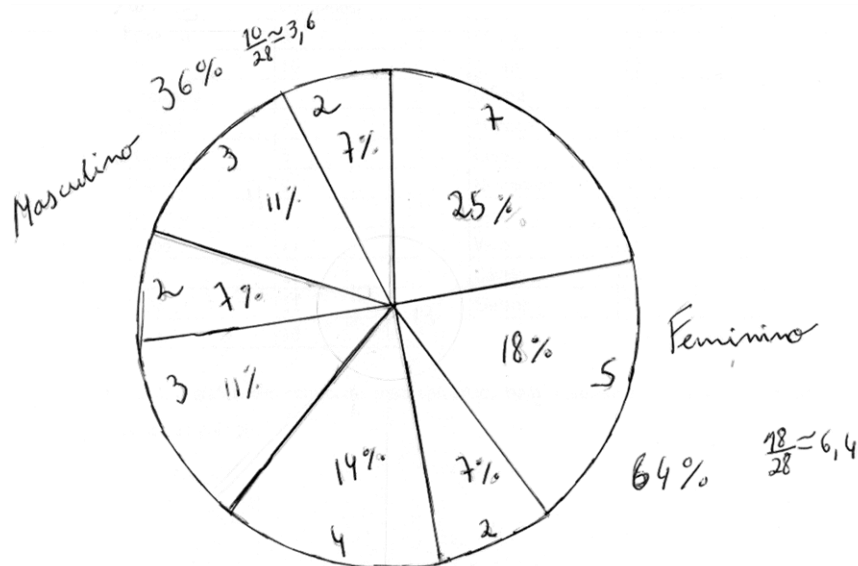


Figura 49. Resposta dada pelo aluno A101 na questão 1b).

Relativamente às restantes 18 respostas incorrectas, 5 contemplavam a construção de tabelas, tal como se pode verificar no exemplo de resposta a seguir.

Sexo	13	14	15	16
Msc.	2	3	3	2
Femo	5	7	4	2

Figura 50. Resposta dada pelo aluno A13 na questão 1b).

Quanto às restantes respostas, 13 contemplavam a construção de gráficos de barras simples que por relacionarem as idades ou o sexo com o número de alunos, como se pode observar nos exemplos de respostas das Figuras 51 e 52, não respondiam ao solicitado.

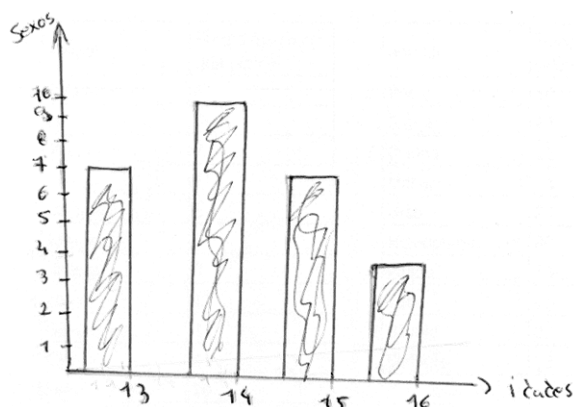


Figura 51. Resposta dada pelo aluno A100 na questão 1b).

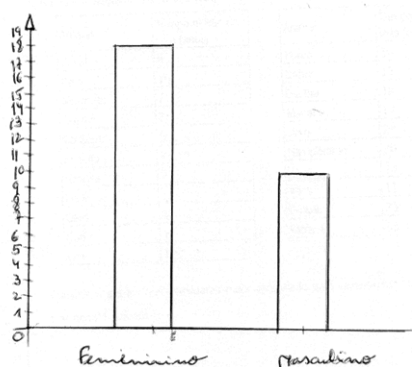


Figura 52. Resposta dada pelo aluno A23 na questão 1b).

4.2.2. Tarefa 2: Tempo médio de vida de alguns animais

No quadro seguinte indica-se o tempo médio de vida, em anos, de 21 animais.

Animal	Tempo médio de vida (anos)
Galinha	8
Pato	10
Marmota	7
Coelho	7
Canguru	5
Esquilo	9
Raposa	9
Lobo	11
Gato	11
Cão	11
Leão	10

Animal	Tempo médio de vida (anos)
Porco	10
Cabra	12
Ovelha	12
Macaco	14
Urso	23
Hipopótamo	30
Veado	13
Vaca	11
Cavalo	23
Elefante	35

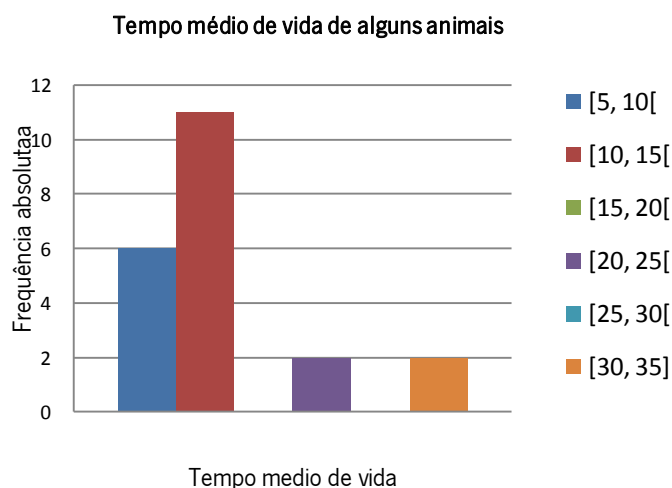
Constrói o gráfico que consideras mais apropriado para representar os tempos médios de vida dos 21 animais.

Nesta tarefa solicita-se ao aluno que construa um gráfico adequado à situação apresentada. Ou seja, atendendo aos diferentes tempos de vida, pretende-se que o aluno agrupe os dados em classes com a mesma amplitude, de modo a que a área das barras dependa unicamente das suas alturas.

Para a construção do gráfico, o aluno deve começar por determinar as frequências relativas ou absolutas, representando-as, eventualmente, numa tabela.

Tempo de vida dos animais	Frequência absoluta
[5, 10[6
[10, 15[11
[15, 20[0
[20, 25[2
[25, 30[0
[30, 35]	2
Total	21

Seguidamente, com os dados obtidos, o aluno constrói um histograma para representar a distribuição dos tempos médios de vida de 21 animais.



Nesta tarefa as respostas dos alunos que contemplavam a construção de histogramas e permitiam representar a variável (tempo médio de vida) em classes foram consideradas correctas ou parcialmente correctas.

Assim, qualificaram-se como correctos os histogramas que consideravam os seguintes elementos: identificação das variáveis nos eixos, escala adequada, altura das barras proporcional

à frequência que representam, identificação e distribuição dos valores da variável em classes e construção de barras unidas.

Todas as restantes respostas que contemplavam outro tipo de construções foram consideradas incorrectas por se considerarem inadequadas ao tipo de dados do enunciado da tarefa.

Análise geral das repostas e estratégias

Examinadas as respostas à questão da tarefa 2, categorizaram-se em correctas, parcialmente correctas, incorrectas e não respondeu, conforme o tipo de resposta que o aluno apresentou e a sua adequação ao que era pedido. Na Tabela 13 estão registadas as respostas dos alunos à tarefa 2.

Tabela 13 – Distribuição da percentagem (frequência absoluta) dos alunos segundo o tipo de resposta à tarefa 2 ($n = 108$).

Resposta	Percentagem (Frequência absoluta)
Correcta	1 (1)
Parcialmente correcta	1 (1)
Incorrecta	56 (60)
Não respondeu	42 (46)

Da observação desta tabela pode-se concluir que a percentagem de alunos que não respondeu à questão foi bastante elevada (42%), bem como a percentagem de alunos que responderam de modo incorrecto (56%). Constata-se, ainda, que a percentagem de respostas correctas e parcialmente correctas foi muito baixa (2%).

Da análise das resoluções da tarefa 2, realizadas pelos alunos, verificou-se que recorreram a diferentes tipos de estratégias, apresentando em consequência diferentes tipos de respostas, tal como se pode verificar na Tabela 14.

Tabela 14 – Distribuição da frequência absoluta dos alunos segundo o tipo de resposta e de estratégia na tarefa 2 ($n = 108$).

Resposta	Estratégia				Total
	Histograma	Circular	Barras simples	Outras	
Correcta	1	–	–	–	1
Parcialmente correcta	1	–	–	–	1
Incorrecta	–	6	46	8	60
Total	2	6	46	8	62

Da observação da tabela reconhece-se que a maioria dos alunos recorreu à construção de gráficos de barras simples (46) e uma minoria construiu gráficos circulares (6) ou histogramas (2). Ainda 8 alunos realizaram outro tipo de construções, nomeadamente tabelas (3), gráficos de linhas (2) e gráficos cartesianos (3).

O único aluno que respondeu correctamente, recorreu à construção de um histograma, com barras unidas, legendou correctamente os eixos, utilizou uma escala adequada, construiu barras com alturas proporcionais à frequência que representam e fez uma distribuição dos valores da variável em classes de igual amplitude.

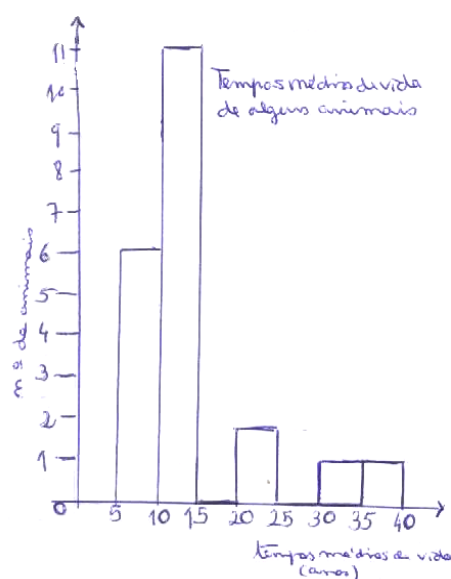


Figura 53. Resposta dada pelo aluno A75 na tarefa 2.

Na resposta parcialmente correcta, o aluno construiu um histograma, não unindo as barras e formando classes com diferentes dimensões, tal como se pode observar na figura seguinte.

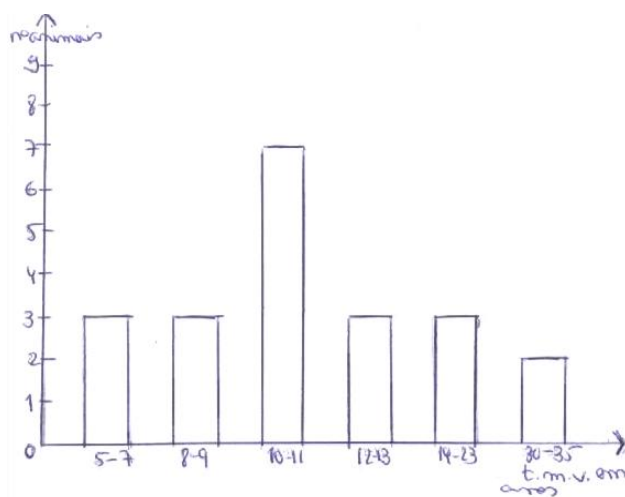


Figura 54. Resposta dada pelo aluno A10 na tarefa 2.

Quanto às respostas consideradas incorrectas, no que se refere às que consideram a construção de gráficos circulares (6), 1 aluno contemplou na sua construção um número de sectores circulares igual ao número de categorias da variável e a área, de cada um deles, proporcional às frequências das categorias. É de salientar que este aluno agrupou os dados em classes com a mesma amplitude, como se pode observar na resposta que é apresentada na Figura 55. Contudo, esta construção foi considerada incorrecta por se tratar de um gráfico inadequado à representação de uma variável contínua.

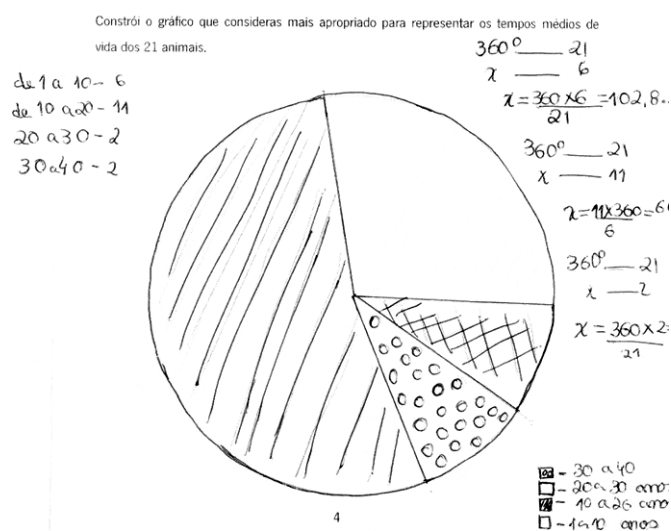


Figura 55. Resposta dada pelo aluno A69 na tarefa 2.

Em relação aos restantes 5 alunos que construíram gráficos circulares, as suas respostas consideravam a variável como sendo o nome do animal e a frequência o tempo médio de vida dos animais, para além de terem considerado um sector circular para cada um dos animais indicados no enunciado do problema. Este tipo de representação gráfica, para além de inadequada à situação, não traduz qualquer redução dos dados, pois apenas representa de outra forma os dados fornecidos na tabela.

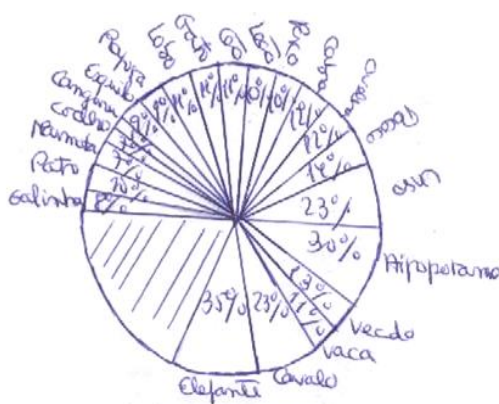


Figura 56. Resposta dada pelo aluno A17 na tarefa 2.

Em relação aos 46 alunos que construíram gráficos de barras simples, apesar das respostas não se adequarem ao tipo de variável, e tal como na situação anterior não representarem qualquer redução dos dados, 11 identificaram correctamente a variável e contemplaram nas suas construções os elementos necessários a uma construção correcta, nomeadamente eixos devidamente legendados, alturas das barras proporcionais às quantidades que representam e escalas apropriadas para os valores das frequências, tal como se pode observar na Figura 57.

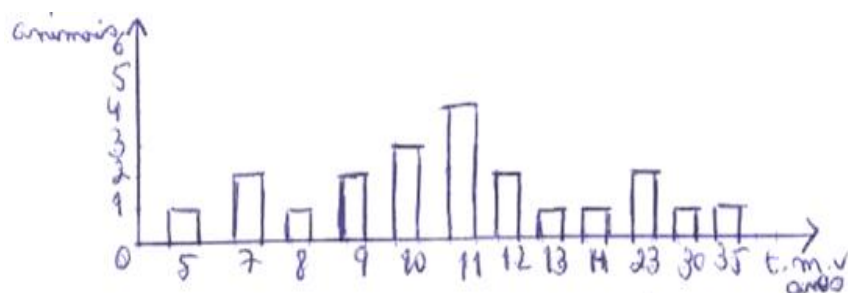


Figura 57. Resposta dada pelo aluno A26 na tarefa 2.

Das respostas anteriores é de salientar que 5 alunos construíram os gráficos unindo as barras, tal como se pode verificar no exemplo de resposta da Figura 58.

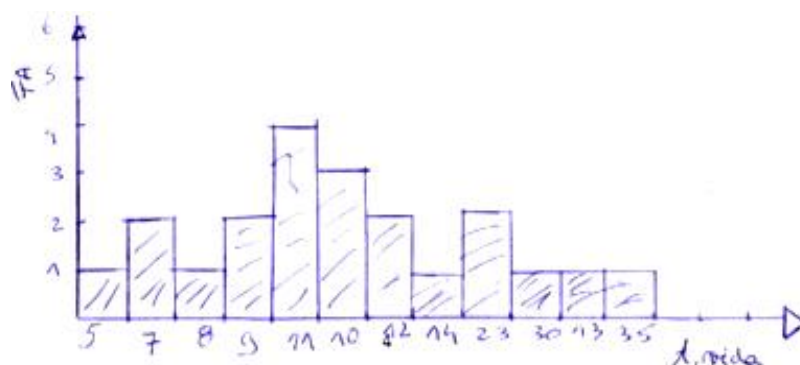


Figura 58. Resposta dada pelo aluno A51 na tarefa 2.

Quanto aos restantes 35 alunos, que apresentaram gráficos de barras simples, verificou-se que consideraram a variável o nome do animal e a frequência o seu tempo médio de vida. Estes alunos, consideraram nas suas construções uma barra para cada um dos animais indicados no enunciado do problema, não traduzindo, deste modo, qualquer redução dos dados. Destes, 19 uniram as barras como se de um histograma se tratasse.

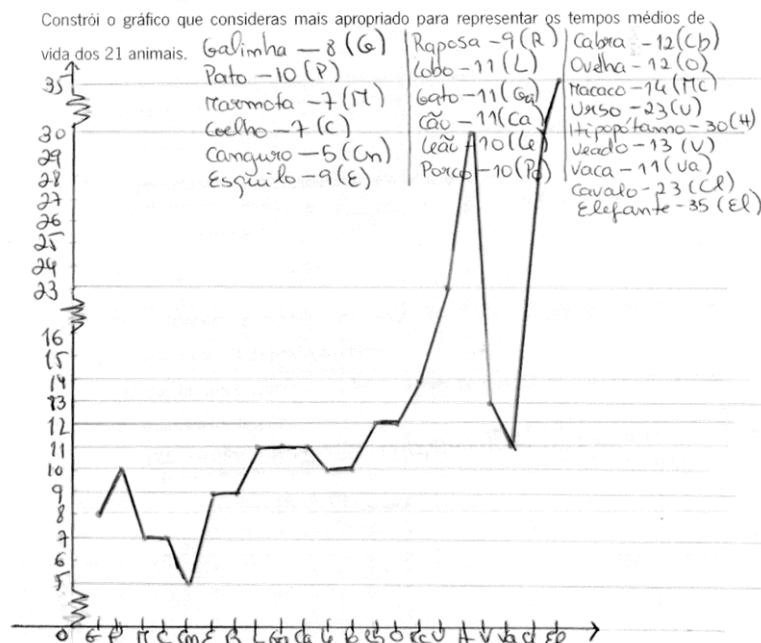


Figura 61. Resposta dada pelo aluno A8 na tarefa 2.

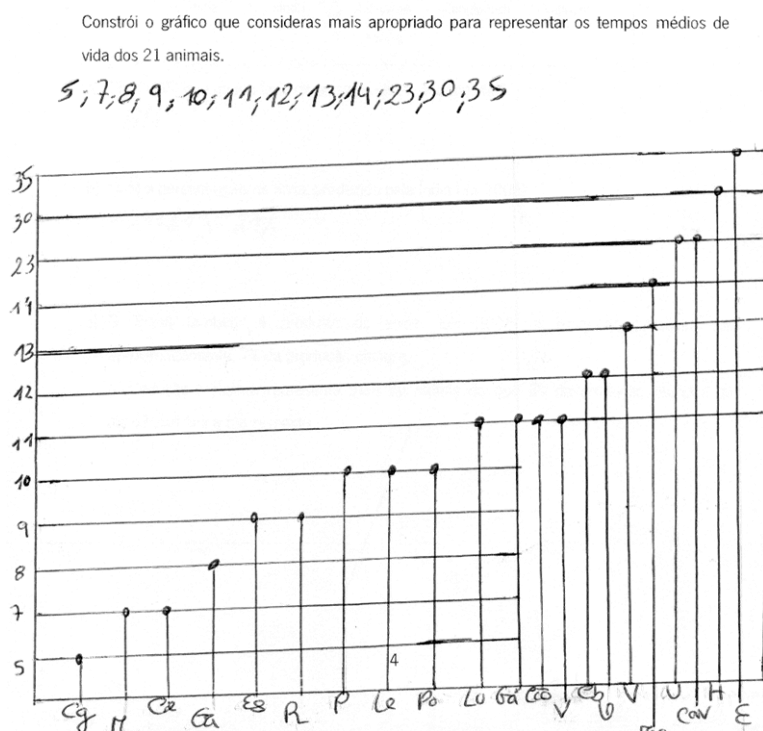


Figura 62. Resposta dada pelo aluno A32 na tarefa 2.

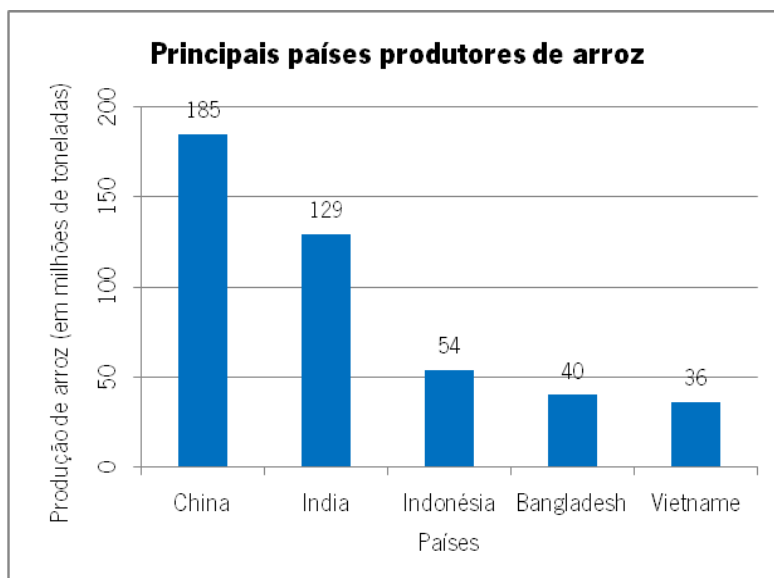
Quanto aos alunos que construíram tabelas (3), não respondendo ao solicitado, verificou-se que um deles foi mais além agrupando os dados em intervalos com a mesma amplitude, apesar de ter determinado erradamente as frequências absolutas dos dois primeiros intervalos, tal como se pode verificar na figura seguinte.

Intervalo médio de vida	0-10	10-20	20-30	30-40
Frequência absoluta	7	10	2	2
Respostas unânimes	galinha, pato, minhoca, coelho, sapo, aranha, etc.	coelho, gato, cão, leão, porco, cavalo, galinha, macaco, urso, vaca	galinha, urso	defunto, hipopótamo

Figura 63. Resposta dada pelo aluno A7 na tarefa 2.

4.2.3. Tarefa 3: Principais países produtores de arroz

Em 2005 foram produzidos 619 milhões de toneladas de arroz em todo o mundo. O gráfico de barras que se segue apresenta, em **milhões de toneladas**, a produção dos principais países produtores de arroz.



3a) Em 2005, que quantidade de arroz produziu a Indonésia?

3b) Qual a percentagem de arroz produzido pela Índia em 2005?

3c) O Brasil também é produtor de arroz. Em 2005, a produção brasileira foi, aproximadamente, 7% da produção chinesa.

A produção brasileira representa mais ou menos do que 5% da produção mundial de arroz? Justifica a tua resposta.

Na questão 3a), que consiste na leitura literal do gráfico (*ler os dados*), pretendia-se que os alunos respondessem 54 milhões de toneladas.

Na 3b) desejava-se que os alunos fossem além da informação resultante da leitura dos dados (*ler entre os dados*). Assim, no que diz respeito à produção de arroz na Índia, pedia-se aos

alunos para converterem este valor numa percentagem, tal como se pode verificar na resolução que se segue.

Seguidamente apresenta-se um exemplo de resolução da questão 3b).

$$\begin{array}{l} 619 \text{ ——— } 100\% \\ 129 \text{ ——— } X \\ X = 20,84\% \text{ (aproximadamente)} \end{array}$$

Na última pergunta o aluno teria que, para além da leitura dos dados no que diz respeito à produção de arroz na China, determinar a quantidade de arroz produzido no Brasil (*ler entre os dados*), ou seja, calcularem 7% da produção da China, e verificar se este resultado é superior ou inferior a 5% da produção mundial de arroz (619 milhões de toneladas), tal como se pode verificar no exemplo de resolução que se segue.

$$\begin{array}{l} 185 \text{ ——— } 100\% \\ X \text{ ——— } 7\% \quad X = 12,95 \text{ m.t. (Produção de arroz no Brasil)} \\ 619 \text{ ——— } 100\% \\ 12,95 \text{ ——— } X \quad X = 2,09\% \end{array}$$

Resposta: A produção brasileira é menor do que 5% porque corresponde, aproximadamente, a 2,1% da produção mundial.

Análise geral das respostas e estratégias

Analizadas as respostas das questões 3a), 3b) e 3c), procedeu-se à sua categorização em correcta, parcialmente correcta, errada ou não respondeu. Deste modo, os resultados obtidos relativamente às questões mencionadas são os que se apresentam na Tabela 15.

Tabela 15 – Distribuição da percentagem (frequência) dos alunos segundo o tipo de respostas às questões 3a), 3b) e 3c) da tarefa 3 ($n = 108$).

Resposta	Percentagem (Frequência absoluta)		
	3a)	3b)	3c)
Correcta	90 (97)	36 (39)	10 (11)
Parcialmente correcta	1 (1)	2 (2)	9 (10)
Incorrecta	8 (9)	48 (52)	38 (41)
Não respondeu	1 (1)	14 (15)	43 (46)

Entre as três questões desta tarefa, observa-se que a 3a) apresenta uma percentagem de respostas correctas muito superior às questões 3b) e 3c), e entre estas duas últimas essa percentagem diminui quando passamos de 3b) para 3c).

Face aos níveis de leitura e interpretação de gráficos de Curcio (1989), este padrão de respostas pode explicar-se pelo facto de a questão 3a) se inserir no nível 1 (*ler os dados*) e as questões 3b) e 3c) se inserirem no nível 2 (*ler entre os dados*). Entre as questões 3b) e 3c), a menor percentagem de respostas correctas da questão 3c) pode explicar-se pelo facto da transformação dos dados do gráfico requerer mais cálculos e operações do que no caso da questão 3b).

Questão 3a)

Em 2005 que quantidade de arroz produziu a Indonésia?

Através da observação da Tabela 10 verifica-se que, no que diz respeito à questão 3a), a maioria dos alunos (90%) fez uma leitura correcta dos dados do gráfico. Apenas 1 aluno apresentou uma resposta parcialmente correcta, 9 alunos responderam incorrectamente e 1 não respondeu.

Pela análise das respostas, verificou-se que todos os alunos que responderam correctamente referiram 54 milhões de toneladas para a produção de arroz da Indonésia.

Quanto às respostas parcialmente correctas, somente o aluno A₄₇ não respondeu totalmente ao solicitado, devido à leitura errada do enunciado. O aluno determinou a percentagem de arroz produzido pela Indonésia e não a quantidade, como se pode verificar na Figura 64.

$$\begin{array}{l} 619 - 100 \\ 54 - x \end{array} \quad x = \frac{54 \times 100}{619} \quad x = 8,72\%$$

Figura 64. Resposta dada pelo aluno A₄₇ na questão 3a)

Dos 9 alunos que responderam erradamente à questão, foram diversas as respostas dadas. Seis alunos não observaram os dados mencionados no cimo das barras e responderam de acordo com o valor que entendiam que dizia respeito à altura das mesmas, tal como “52 milhões de toneladas” (A₁₅, A₂₂), “51 milhões de toneladas” (A₇₁, A₉₅ e A₉₇) e “cerca de 60 milhões de toneladas” (A₈₇). Houve ainda outras respostas incorrectas: “40 milhões de toneladas” (A₈₃), “270 milhões de toneladas” (A₆₅) e “619 milhões de toneladas” (A₁₀₀).

Questão 3b)

Qual a percentagem de arroz produzido pela Índia em 2005?

Em relação à questão 3b), constata-se que 36% dos alunos responderam correctamente e somente 2% dos alunos deram respostas parcialmente correctas. No entanto uma grande percentagem respondeu incorrectamente (48%) e 14% dos alunos não responderam.

Da análise às estratégias utilizadas na resolução da tarefa 3b), constata-se que os alunos recorreram, predominantemente, à determinação da percentagem de arroz produzido na Índia, usando a *regra de três simples*. Porém, alguns alunos recorreram a outro tipo de estratégia, nomeadamente o recurso às operações algébricas básicas, ou então limitaram-se a apresentar o resultado final, como se pode comprovar na Tabela 16.

Tabela 16 – Distribuição das frequências absolutas do tipo de respostas segundo as estratégias utilizadas na resolução da questão 3b) ($n = 108$)

Resposta	Estratégia			Total
	Regra de três simples	Outra estratégia	Não refere estratégia	
Correcta	39	–	–	39
Parcialmente correcta	2	–	–	2
Incorrecta	19	3	30	52

Assim, e em relação à questão acima referida, dos 39 alunos que responderam correctamente, todos recorreram à determinação da percentagem de arroz produzido na Índia, através da *regra de três simples*. Partindo da produção mundial de arroz, os alunos responderam 21%, 20,8% ou 20,84%, de acordo com o número de casas decimais considerado. Apresentam-se, a seguir, duas dessas respostas nas figuras seguintes.

$$\begin{array}{l}
 100\% \text{ — } 619 \text{ milhões} \\
 x \text{ — } 129 \text{ milhões}
 \end{array}
 \quad
 x = \frac{100 \times 129}{619} \approx 21\%$$

R: A percentagem de arroz produzido pela Índia em 2005 é 21%

Figura 65. Resposta dada pelo aluno A₁₀₂ na questão 3b)

$$\begin{array}{l}
 619 \text{ — } 100\% \\
 129 \text{ — } x
 \end{array}
 \quad
 x = \frac{129 \times 100}{619} = \frac{12900}{619} \approx 20,8$$

Em 2005 a Índia produziu 20,8% de arroz.

Figura 66. Resposta dada pelo aluno A₆₁ na questão 3b)

Relativamente aos 2 alunos que apresentaram uma resposta parcialmente correcta, verificou-se que eles determinaram de um modo adequado a percentagem pedida, recorrendo à *regra de três simples*, no entanto o dado utilizado não foi o da Índia mas sim o da Indonésia, tal como se pode verificar na resposta a seguir.

$$\begin{array}{l} 619 \text{ — } 100\% \\ 54 \text{ — } x \end{array} \quad x = \frac{54 \times 100}{619} \approx 8,72\%$$

Figura 67. Resposta dada pelo aluno A2 na questão 3b)

Dos 19 que responderam incorrectamente e recorreram à *regra de três simples* para determinarem a percentagem de arroz produzido na Índia, 6 consideraram a produção mundial como sendo de 200 milhões, como se pode verificar a seguir.

$$\begin{array}{l} (200) \text{ — } 100\% \\ 129 \text{ — } x \end{array} \quad x = \frac{129 \times 100}{200} \quad x = \frac{12900}{200} \quad x = 64,5\%$$

Figura 68. Resposta dada pelo aluno A10 na questão 3b)

Ainda no que diz respeito a esta categoria de respostas, 11 alunos determinaram a quantidade total de arroz produzido pelos países representados no gráfico, que é 444 milhões de toneladas e consideraram este valor como a produção mundial de arroz.

$$\begin{array}{l} 444 \text{ — } 100 \\ 129 \text{ — } x \end{array} \quad x = 29\%$$

Figura 69. Resposta dada pelo aluno A35 na questão 3b)

Os alunos A20 e A100 recorreram também à *regra de três simples* para determinarem a percentagem de arroz produzido, mas consideraram que 619 milhões de toneladas correspondiam a 2005 e não a 100%, tal como se pode verificar na resposta que se segue.

$$\begin{array}{l} 2005 \text{ — } 619 \\ x \text{ — } 129 \end{array} \quad = \frac{129 \times 2005}{619} = \frac{36095}{619} = 61,54\%$$

Figura 70. Resposta dada pelo aluno A20 na questão 3b)

Os três alunos que usaram outro tipo de estratégia de resolução recorreram essencialmente às operações básicas. Deste modo, o aluno A₅₂ respondeu 64,5%, dividindo 129 por 2 e os alunos A₁₀₃ e A₁₀₇ dividiram 5 por 129, respondendo 0,39%.

Finalmente, dos 30 alunos que não recorreram a qualquer estratégia de resolução, 15 não determinaram a percentagem, respondendo somente 129 milhões de toneladas e 11 alunos consideraram este valor como sendo a percentagem pretendida, respondendo 129%. Relativamente aos restantes 4 alunos, as respostas foram variadas. O aluno A₉ respondeu 6%, o A₉₇ referiu 120 milhões de toneladas, e os alunos A₁₀₅ e A₁₀₆ responderam 1,3% e 5%, respectivamente, sem apresentarem a origem destes valores.

Questão 3c)

O Brasil também é produtor de arroz. Em 2005, a produção brasileira foi, aproximadamente, 7% da produção chinesa.

A produção brasileira representa mais ou menos do que 5% da produção mundial de arroz? Justifica a tua resposta.

Na questão 3c), uma grande percentagem de alunos respondeu incorrectamente (38%) ou não respondeu (43%), enquanto somente 10% apresentou respostas correctas e 9% respostas parcialmente correctas. Assim, da observação da tabela abaixo, constata-se que um elevado número de alunos não recorreu (34) a qualquer estratégia para responder à questão, 26 alunos recorreram à *regra de três simples* e somente 2 alunos utilizaram outro tipo de estratégia.

Tabela 17 – Distribuição das frequências absolutas do tipo de respostas segundo as estratégias utilizadas na resolução da questão 3c) ($n=108$)

Resposta	Estratégia			Total
	Regra de três simples	Outra	Não refere estratégia	
Correcta	11	–	–	11
Parcialmente correcta	4	–	6	10
Incorrecta	11	2	28	41

Quanto às estratégias adoptadas pelos alunos na questão 3c), no que diz respeito às respostas correctas (11), todos eles recorreram à *regra de três simples* para determinarem a quantidade de produção de arroz no Brasil e com esse valor verificarem se correspondia a mais ou menos do que 5% da produção de arroz mundial.

$$\begin{array}{lcl}
 185 \rightarrow 100 & x = \frac{7 \times 185}{100} & x = 12,95 \text{ milhões} \\
 x \rightarrow 7 & & \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{lcl}
 619 \rightarrow 100 & x = \frac{12,95 \times 100}{619} & \\
 12,95 \rightarrow x & & \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x \approx 2,09\% \\
 R.: \text{Temos}
 \end{array}$$

Figura 71. Resposta dada pelo aluno A8 na questão 3c)

No que diz respeito às estratégias de resolução das respostas parcialmente correctas, dos 4 alunos que recorreram à *regra de três simples*, 2 deles (A4 e A60), apesar de terem determinado a quantidade de arroz produzido no Brasil e a percentagem a que correspondia, utilizando a quantidade de produção de arroz mundial (619 milhões de toneladas), não apresentaram qualquer conclusão.

$$\begin{array}{lcl}
 185 \rightarrow 100 & x = \frac{185 \times 7}{100} & \\
 x \rightarrow 7 & & \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{lcl}
 619 \rightarrow 100 & x = \frac{13 \times 100}{619} & \\
 13 \rightarrow x & & \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x \approx 13 \\
 x \approx 2\%
 \end{array}$$

Figura 72. Resposta dada pelo aluno A4 na questão 3c)

Um outro aluno (A69) usou a estratégia referida anteriormente, contudo considerou o valor de 444 milhões de toneladas (total dos valores do gráfico) para a produção mundial de arroz.

c) O Brasil também é produtor de arroz. Em 2005, a produção brasileira foi, aproximadamente, 7% da produção chinesa.

A produção brasileira representa mais ou menos do que 5% da produção mundial de arroz? Justifica a tua resposta.

$$x = \frac{7 \times 185}{100} = \frac{1295}{100} = 12,95$$

$$\begin{array}{lcl}
 185 \rightarrow 100\% & & \\
 x \rightarrow 7\% & &
 \end{array}$$

$$185 + 129 + 54 + 40 + 36 = 444$$

$$\begin{array}{lcl}
 100\% \rightarrow 444 & x = \frac{5 \times 444}{100} = \frac{2220}{100} = 22,20 & \\
 5\% \rightarrow x & &
 \end{array}$$

mundial é 22,20 milhões e no Brasil é no Brasil produziram-se 12,95 +

Jão, porque 5% da produção

Figura 73. Resposta dada pelo aluno A69 na questão 3c)

Ainda neste grupo de respostas, o aluno A88 determinou a percentagem de arroz vendida na China e para determinar a quantidade de arroz vendida no Brasil utilizou a percentagem calculada anteriormente.

M → milhões
T → toneladas

①

$$100\% \text{ — } 619 \text{ (M. toneladas)}$$

$$x \text{ — } 185 \text{ (M. toneladas)}$$

$$x = \frac{100 \times 185}{619} \Leftrightarrow x = \frac{18500}{619} \approx 29.8\%$$

②

$$185 \text{ — } 29.8\%$$

$$x \text{ — } 7\%$$

$$x = \frac{185 \times 7}{29.8} \approx 43 \text{ (M.t.)}$$

③

$$100\% \text{ — } 619 \text{ (M.t.)}$$

$$x \text{ — } 43 \text{ (M.t.)}$$

$$x = \frac{100 \times 43}{619} \approx 6.9\%$$

R.: A produção brasileira representa mais do que 5% da produção mundial de arroz, representa aproximadamente 6.9%.

Figura 74. Resposta dada pelo aluno A88 na questão 3c)

Em relação às restantes 6 respostas parcialmente correctas, os alunos limitaram-se a responder que o Brasil vendeu 13 milhões de toneladas de arroz, sem apresentarem qualquer resposta à questão colocada.

$$185 \text{ — } x$$

$$100\% \text{ — } 7\%$$

$$x = \frac{185 \times 7\%}{100\%}$$

$$x = 12.95$$

Figura 75. Resposta dada pelo aluno A23 na questão 3c)

No que respeita às estratégias das respostas incorrectas, 11 alunos também recorreram à *regra de três simples* para responderem à questão formulada, mas cometeram diversos erros. Um aluno (A84) determinou 5% da quantidade de arroz produzido na China, verificando posteriormente a que percentagem da produção mundial correspondia esse valor.

arroz Percentagem

$$185 \text{ — } 100$$

$$x \text{ — } 5$$

$$x = \frac{185 \times 5}{100} = \frac{925}{100} = 9.25 \text{ milhões de toneladas de arroz.}$$

arroz Percentagem

$$619 \text{ — } 100$$

$$9.25 \text{ — } x$$

$$x = \frac{9.25 \times 100}{619} = \frac{925}{619} \approx 1.49 \approx 1.49\%$$

R.: A produção brasileira representa menos do que 5% da produção mundial de arroz.

Figura 76. Resposta dada pelo aluno A84 na questão 3c)

Dois alunos determinaram 7% da produção mundial e outros 2 alunos consideraram a produção mundial de 200 milhões de toneladas, tal como se pode verificar nas respostas representadas nas figuras que se seguem.

$$\begin{array}{l}
 7\% - x \\
 100\% - 619 \\
 x = \frac{619 \times 7}{100} \\
 x = 43,33 \\
 x \approx 43
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \frac{185}{43} \approx 4
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 4 - x \\
 619 - 100\% \\
 x = \frac{100 \times 4}{619} \\
 x \approx 0,165\%
 \end{array}$$

é menor.

Figura 77. Resposta dada pelo aluno A₅₆ na questão 3c)

c) O Brasil também é produtor de arroz. Em 2005, a produção brasileira foi, aproximadamente, 7% da produção chinesa.

A produção brasileira representa mais ou menos do que 5% da produção mundial de arroz? Justifica a tua resposta.

<p><u>China</u></p> $ \begin{array}{l} 200 - 100\% \\ 185 - x \\ x = \frac{185 \times 100}{200} \\ x = 92,5\% \end{array} $	$ \begin{array}{l} 185 - 92,5\% \\ x - 7\% \\ x = \frac{185 \times 5}{92,5} \\ x = 10 \end{array} $ <p>China ≠ Brasil</p>	$ \begin{array}{l} 200 - 100 \\ 10 - x \\ x = \frac{10 \times 100}{200} \\ x = 5\% \end{array} $ <p>Brasil ≠ Prod. Mundial</p>	<p>R.: O Brasil corresponde a 5% da produção mundial, não menos nem mais</p>
--	--	---	--

Figura 78. Resposta dada pelo aluno A₃ na questão 3c)

Os restantes 6 alunos determinaram a percentagem de arroz vendido na China e a partir dessa percentagem decidiram a que valor correspondia os 7% do Brasil.

$$\begin{array}{l}
 619 \text{ milhões de toneladas} - 100\% \\
 185 \text{ milhões de toneladas} - x \\
 x = 30\%
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 185 \text{ milhões de toneladas} - 30\% \\
 x - 7\% \\
 x = 43 \text{ milhões de toneladas}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 619 - 100\% \\
 43 - x \\
 x = 7\%
 \end{array}$$

Mais porque corresponde a 7% da produção mundial

Figura 79. Resposta dada pelo aluno A₁₆ na questão 3c)

No que diz respeito aos 2 alunos (A₅₅ e A₁₀) que recorreram a outro tipo de estratégia, ambos determinaram 7% da produção da China através do recurso às operações aritméticas básicas, tendo no entanto obtido um valor errado por terem considerado 7% igual a 0,7.

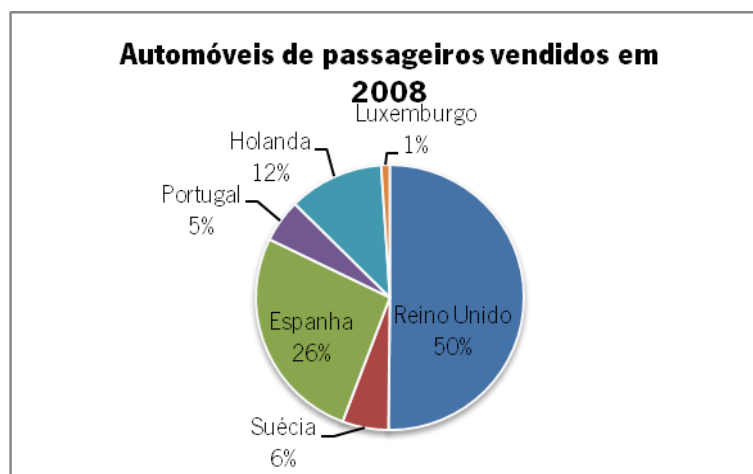
$185 \times 0,7 = 129,5$ milhões de toneladas
 Representa menos de 5% da produção mundial $444 \times 0,5 = 222$

Figura 80. Resposta dada pelo aluno A55 na questão 3c)

Quanto aos 28 alunos que não referiram qualquer estratégia para dar resposta à questão, 16 alunos responderam ser maior ou menor do que 5% da produção mundial, justificando somente que a China tem uma percentagem elevada de produção de arroz. Nos restantes 12 alunos, as respostas variaram entre “O gráfico não tem essa resposta”; “O Brasil tem muita água”; “O Brasil é um país pobre”; “A produção representada no gráfico é de 71% e a restante é 29%”, entre outras.

4.2.4. Tarefa 4: Automóveis vendidos em 2008

No gráfico circular seguinte estão representadas as percentagens de automóveis vendidos em alguns países da Europa. Sabe-se que, em 2008, no Reino Unido foram vendidos 2131794 automóveis. Analisa o gráfico e responde às questões que se seguem.



- 4a) Qual a percentagem de automóveis vendidos em Portugal?
- 4b) Quantos automóveis foram vendidos em Portugal?
- 4c) O número de automóveis vendidos em Espanha é superior ou inferior a 50% do número de automóveis vendidos no Reino Unido?
- 4d) Sendo o Luxemburgo considerado um país rico, por que é que o número de automóveis vendidos é o menor de todos? Indica uma justificação possível para esta situação.

Na questão 4a) (*ler os dados*), que consiste na leitura literal do gráfico pela observação directa dos dados, pretendia-se que os alunos respondessem 5%.

Quanto à questão 4b) (*ler entre os dados*) pedia-se que os alunos respondessem 213179 automóveis, tal como se pode verificar no exemplo de resolução que se segue.

$$\begin{array}{l} 2\,131\,794 \text{ ——— } 50\% \\ X \text{ ——— } 5\% \end{array} \quad X = 213179,4$$

Resposta: Venderam-se 213179 automóveis.

No entanto, esta questão consiste não só na leitura do gráfico, mas também na interpretação do enunciado. Deste modo, pela observação dos dados, pretendia-se que os alunos determinassem o número de automóveis vendidos em Portugal e apresentassem como resposta um valor inteiro, de acordo com o contexto da tarefa. Embora a resposta 213179,4 não tenha em conta o contexto da situação, ela está matematicamente certa, daí ter-se considerado correcta essa resposta.

Na questão 4c) (*ler entre os dados*) pretendia-se que os alunos respondessem que o número de automóveis vendidos em Espanha é superior a 50% dos automóveis vendidos no Reino Unido, justificando as suas respostas.

Seguidamente apresenta-se um exemplo de resolução da questão 4c).

$$\begin{array}{l} 2131794 \text{ ——— } 50\% \\ X \text{ ——— } 26\% \end{array}$$
$$X = 1108532 \text{ (n.º de automóveis vendidos em Espanha)}$$
$$2131794 \times 50\% = 1065897 \text{ (metade dos automóveis vendidos no Reino Unido)}$$

Resposta: O n.º de automóveis vendidos em Espanha é superior a 50% dos automóveis vendidos no Reino Unido.

Nesta questão, através da leitura dos dados, os alunos teriam de relacionar o número de automóveis vendidos em Espanha com os vendidos no Reino Unido ou as respectivas percentagens.

A questão 4d) (*ler além dos dados*), considerada de resposta aberta, consiste na leitura e interpretação que o aluno faz para além dos dados, ou seja, não é possível ao aluno responder a partir dos dados que estão no gráfico, mas tem de recorrer à informação que não está explícita ou implícita no gráfico.

Análise geral das respostas e estratégias

Analizadas as respostas às questões 4a), 4b), 4c) e 4d), procedeu-se à sua categorização em correcta, parcialmente correcta, incorrecta e não respondeu, apresentando-se os resultados obtidos na Tabela 18.

Tabela 18 – Distribuição da percentagem (frequência) dos alunos segundo o tipo de respostas às questões 4a), 4b), 4c) e 4d) da tarefa 4 ($n=108$)

Resposta	Percentagem (Frequência absoluta)			
	4a)	4b)	4c)	4d)
Correcta	96 (104)	39 (42)	23 (25)	23 (25)
Parcialmente correcta	–	3 (3)	9 (10)	8 (9)
Incorrecta	2 (2)	34 (37)	55 (59)	33 (35)
Não respondeu	2 (2)	24 (26)	13 (14)	36 (39)

Entre as quatro questões desta tarefa, observa-se que a 4a) apresenta uma percentagem de respostas correctas muito superior à questão 4b) e as questões 4c) e 4d) apresentam a mesma percentagem de respostas correctas, um pouco inferior à questão 4b).

Considerandos aos níveis de leitura e interpretação de gráficos de Curcio (1989), nas várias questões, verifica-se que: a questão 4a), inserida no nível 1 (*ler os dados*), apresenta um número de respostas correctas muito superior a qualquer das outras; o maior número de respostas correctas da questão 4b) em relação à questão 4c), ambas inseridas no nível 2 (*ler entre os dados*), pode explicar-se pelo facto da transformação dos dados do gráfico requerer mais cálculos e operações do que no caso da questão 4c); e, por último, a questão 4d), inserida no nível 3 (*ler além dos dados*) apresenta o mesmo número de respostas correctas que a questão 4c).

Questão 4a)

Qual a percentagem de automóveis vendidos em Portugal?

Analisando a Tabela 18, observa-se que somente 2 alunos não responderam à questão 4a) e outros tantos fizeram-no erradamente. Os restantes 104 alunos (96%) responderam correctamente.

A maioria das respostas dadas pelos alunos foi de 5%, consistindo em seleccionar apenas essa informação do gráfico e escrevê-la.

Em relação às duas respostas incorrectas, o aluno A₄₆ apresentou um valor que não constava da informação dada no enunciado (54%). O outro aluno, A₉₂, não interpretou

correctamente o que lhe era solicitado e recorreu à *regra de três simples* para calcular o número de automóveis vendidos em Portugal, apesar do resultado final não estar bem determinado.

a) Qual a percentagem de automóveis vendidos em Portugal?

$$\begin{array}{l} 100\% \text{ ————— } 2131794 \\ 8\% \text{ ————— } x \\ R: A \text{ percentagem é } 106,5\% \end{array} \quad x = \frac{8 \times 2131794}{100} \approx 106,5\%$$

Figura 81. Resposta dada pelo aluno A92 na questão 4a)

Questão 4b)

Quantos automóveis foram vendidos em Portugal?

No que diz respeito à questão 4b), pode verificar-se que uma grande percentagem não respondeu (24%) ou respondeu erradamente (34%). Dos restantes alunos, somente uma pequena percentagem, 3%, deu respostas parcialmente correctas e 39% responderam correctamente.

Da análise das estratégias utilizadas na resolução da questão 4b), concluiu-se que os alunos recorreram predominantemente ao cálculo do número de automóveis vendidos em Portugal, usando a *regra de três simples*. No entanto, alguns alunos recorreram a outro tipo de estratégia, tal como o recurso às operações aritméticas básicas ou então limitaram-se a apresentar o resultado final. Na Tabela 19 discriminam-se as estratégias usadas pelos alunos segundo o tipo de resposta.

Tabela 19 – Distribuição das frequências absolutas do tipo de respostas segundo as estratégias utilizadas na resolução da questão 4b) ($n = 108$)

Resposta	Estratégia			Total
	Regra de três simples	Outra	Não refere estratégia	
Correcta	41	–	1	42
Parcialmente correcta	–	3	–	3
Incorrecta	24	3	10	37

Relativamente aos alunos que responderam correctamente à questão, um deles (A9) não apresentou qualquer estratégia de resolução para a resposta apresentada.

Ainda nesta categoria, dos 41 alunos que recorreram à *regra de três simples* para determinarem o número de carros vendidos em Portugal, 28 partiram do número de carros vendidos no Reino Unido. No entanto, destes, somente 8 alunos apresentaram o valor inteiro de

automóveis vendidos em Portugal (213179), tendo os restantes apresentado o valor exacto (213179,4), tal como se pode observar nas Figuras 82 e 83.

$$\begin{array}{l} 2131794 \text{ — } 50\% \\ x \text{ — } 5\% \end{array} \quad \text{ou} \quad x = \frac{2131794 \times 5}{50} \approx 213179$$

$x = 213179$ automóveis

Figura 82. Resposta dada pelo aluno A55 na questão 4b)

$$\begin{array}{l} 2131794 \text{ — } 50\% \\ x \text{ — } 5\% \end{array} \quad \begin{array}{l} x = \frac{2131794 \times 5}{50} \\ x = 213179,4 \end{array}$$

Foram vendidos 213179,4 automóveis em Portugal.

Figura 83. Resposta dada pelo aluno A1 na questão 4b)

Treze alunos partiram do número de carros vendidos em 2008 (4263588). Contudo, destes, somente 5 alunos chegaram à resposta pretendida de 213179 automóveis, como se pode observar no exemplo de resolução apresentado na Figura 84. Os restantes 8 alunos deram como resposta o valor exacto de 213179,4 automóveis.

$$\begin{array}{l} 4263588 \times 2 = 4263588 \\ 4263588 \text{ — } 100 \\ x \text{ — } 5 \end{array} \quad x = \frac{4263588 \times 5}{100} \approx 213179$$

Portugal vendeu 213179 carros.

Figura 84. Resposta dada pelo aluno A5 na questão 4b)

No que diz respeito às respostas parcialmente correctas (3), os alunos calcularam o número de automóveis vendidos em 2008 (4263588), determinaram 5% deste valor, mas apresentaram um resultado errado.

$$\begin{array}{l} 2 \times 2131794 \\ 4263588 \times 5\% = 1065894 \end{array}$$

Figura 85. Resposta dada pelo aluno A42 na questão 4b)

Em relação às respostas incorrectas, num total de 37, dos 24 alunos que recorreram à *regra de três simples*, 21 erraram por considerarem o número de automóveis vendidos no Reino Unido 100%, como se pode observar no exemplo de resposta que se segue.

b) Quantos automóveis foram vendidos em Portugal?

$$x = \frac{2131794 \times 5}{100} = 1065897$$

$$\begin{array}{ccc} 100\% & \text{---} & 2131794 \\ 5\% & \text{---} & x \end{array}$$

Em Portugal foram vendidos 1065897 Automóveis

Figura 86. Resposta dada pelo aluno A63 na questão 4b)

Um aluno associou os 50% de carros vendidos no Reino Unido à metade do número referido no enunciado, ou seja, determinou a metade de 2131794 automóveis, calculando de seguida 5% desse valor.

b) Quantos automóveis foram vendidos em Portugal?

$$2131794 : 2 = 1065897$$

$$\begin{array}{ccc} 50\% & \text{---} & 1065897 \\ 5\% & \text{---} & x \end{array}$$

$$x = \frac{5 \times 1065897}{50} = 1065897$$

Carros vendi. em Portugal

Figura 87. Resposta dada pelo aluno A32 na questão 4b)

Os 2 alunos restantes, apesar de terem recorrido à mesma estratégia de resolução, associaram a percentagem do número total de carros vendidos à amplitude do ângulo, como está ilustrado no exemplo de resposta que se segue.

$$\begin{array}{ccc} x & \text{---} & 360^\circ \\ 5 & \text{---} & 100\% \end{array}$$

$$x = \frac{5 \times 360}{100} = 18$$

$$\begin{array}{ccc} 18 & \text{---} & 360 \\ x & \text{---} & 100\% \end{array}$$

$$x = \frac{18 \times 100}{360} = 5\%$$

Foam vendidos 18 automóveis em Portugal.

Figura 88. Resposta dada pelo aluno A36 na questão 4b)

Reportando-nos ainda ao tipo de erros cometidos pelos alunos nas respostas incorrectas, verificou-se que 2 deles recorreram à divisão do número de automóveis vendidos no Reino Unido por 45 (A76) ou 5 (A107), tendo, ainda, um aluno (A14) efectuado a divisão de 5 por 4. Quanto aos restantes 10 alunos limitaram-se a dar respostas como “5 automóveis” (A12, A13, A17, A77), “2131794” (A18, A46), “1065897” (A44), “88,3” (A48 e A49) ou 100 (A86), sem escreverem qualquer estratégia que revelasse qual o erro cometido.

Questão 4c)

O número de automóveis vendidos em Espanha é superior ou inferior a 50% do número de automóveis vendidos no Reino Unido?

Após análise das resoluções dos alunos, no que diz respeito à questão 4c), verificou-se que uma grande percentagem respondeu erradamente (55%) e alguns não responderam (13%).

Pode-se referir, ainda, que 23% dos alunos respondeu correctamente e somente uma pequena percentagem respondeu de forma parcialmente correcta (9%).

Em relação às estratégias utilizadas na resolução da questão 4c), concluiu-se que 16% dos alunos recorreram ao cálculo do número de automóveis vendidos em Portugal, usando a *regra de três simples*. No entanto, 71% dos alunos recorreu a outro tipo de estratégia, tal como à explicação em linguagem corrente da resposta pretendida, evocando operações algébricas básicas ou apresentando a resposta final sem indicar qualquer tipo de estratégia. Na Tabela 20 apresentam-se as estratégias usadas pelos alunos segundo o tipo de resposta.

Tabela 20 – Distribuição das frequências absolutas do tipo de respostas segundo as estratégias utilizadas na resolução da questão 4c) ($n = 108$)

Resposta	Estratégia			Total
	Regra de três simples	Comparação de percentagens	Não refere estratégia	
Correcta	6	19	–	25
Parcialmente correcta	4	–	6	10
Incorrecta	7	–	52	59

Dos 25 alunos que responderam correctamente, 6 valeram-se da *regra de três simples* para determinarem a frequência absoluta correspondente a 26% dos automóveis vendidos em Espanha, comparando de seguida esse valor com metade do número de automóveis vendidos no Reino Unido.

c) O número de automóveis vendidos em Espanha é superior ou inferior a 50% do número de automóveis vendidos no Reino Unido?

$$2131750 : 2 = 1065875$$

50% dos automóveis vendidos no Reino Unido

100% — 2131750
26% — x
 $x = \frac{26 \times 2131750}{100}$
 $x = 554255$

R: O número de automóveis vendidos em Espanha é superior a 50% do número de automóveis vendidos no Reino Unido.

Figura 89. Resposta dada pelo aluno A88 na questão 4c)

Os 19 alunos que não recorreram à *regra de três simples*, obtiveram as suas respostas através da comparação de metade da percentagem de automóveis vendidos no Reino Unido, 25%, e da percentagem de automóveis vendidos em Espanha, 26%, tal como se pode observar na resposta da figura que se segue.

É superior, porque metade de 50% é 25% e em Espanha foi vendido 26%.

Figura 90. Resposta dada pelo aluno A70 na questão 4c)

Relativamente às respostas parcialmente correctas, 6 alunos limitaram-se a dar a resposta “superior”, sem apresentar qualquer tipo de estratégia que a justificasse. Apesar de os alunos não darem qualquer tipo de justificação, estas respostas foram consideradas parcialmente correctas porque, por observação do gráfico circular, o aluno poderia ter notado que a percentagem da Espanha (26%) é superior à metade da percentagem do Reino Unido (25%). Ainda neste caso, 2 alunos recorreram à *regra de três simples* para determinar o número de automóveis vendidos em Espanha. No entanto não justificam se este valor é inferior ou superior à metade do número de automóveis no Reino Unido, como se pode verificar na resposta que se segue.

$$\begin{array}{rcl} 4263588 & \text{---} & 100\% \\ x & \text{---} & 26\% \\ x = 1108532,88 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 4263588 & \text{---} & 100\% \\ x & \text{---} & 50\% \\ x = 2131794,00 \end{array}$$

Figura 91. Resposta dada pelo aluno A16 na questão 4c)

Houve ainda 2 alunos que determinaram também o número de automóveis vendidos em Espanha, recorrendo à *regra de três simples*. Contudo afirmaram que este valor é inferior, comparando-o com o número de automóveis vendidos no Reino Unido e não com a sua metade.

É inferior, 2131794 foram os automóveis vendidos no Reino Unido, enquanto que na Espanha só venderam 1065897.

$$\begin{array}{rcl} 50\% & \text{---} & 2131794 \\ 26\% & \text{---} & x \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} x = 26 \times 2131794 \\ 50\% \end{array} \qquad x = 1065897$$

Figura 92. Resposta dada pelo aluno A10 na questão 4c)

No caso das respostas incorrectas, 7 alunos recorreram à *regra de três simples*. Destes, 4 determinaram o número de automóveis correspondentes a 26% e 50%, e, apesar de terem chegado à resposta correcta, erraram ao considerarem o número de automóveis vendidos no Reino Unido como o número de automóveis vendidos no conjunto dos países.

c) O número de automóveis vendidos em Espanha é superior ou inferior a 50% do número de automóveis vendidos no Reino Unido?

$$\begin{array}{rcl} 2131794 & \text{---} & 100\% \\ x & \text{---} & 26\% \\ x = \frac{2131794 \times 26}{100} = 554266,44 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{Reino Unido} \\ \left\{ \begin{array}{rcl} 2131794 & \text{---} & 100\% \\ x & \text{---} & 50\% \\ x = \frac{2131794 \times 50}{100} = 1065897 \end{array} \right. \end{array}$$

R: Espanha é superior ao Reino Unido.

Figura 93. Resposta dada pelo aluno A6 na questão 4c)

Dois alunos determinaram 26% e 50% do ângulo de 360°, que é a amplitude total do gráfico circular apresentado.

- c) O número de automóveis vendidos em Espanha é superior ou inferior a 50% do número de automóveis vendidos no Reino Unido?

$$\begin{array}{l|l} x \text{ --- } 360^\circ & x \text{ --- } 360^\circ \text{ Reino Unido} \\ 26 \text{ --- } 100\% & 50 \text{ --- } 100\% \\ x = \frac{26 \times 360}{100} = 93.6 & x = \frac{50 \times 360}{100} = 180 \end{array}$$

6 número de automóveis vendidos em Espanha é inferior a 50% do número de automóveis vendidos no Reino Unido

Figura 94. Resposta dada pelo aluno A₃₆ na questão 4c)

Finalmente, um outro aluno, recorrendo também à *regra de três simples*, calculou o número total de automóveis vendidos no conjunto dos países e considerou que em Portugal foi vendido o mesmo número de automóveis que no Reino Unido, não respondendo à pergunta formulada.

$$\begin{array}{l|l} x \text{ --- } 100\% & x = \frac{100\% \times 2131794}{50\%} \\ 2131794 \text{ --- } 50\% & x = 4263588 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} x \text{ --- } 100\% & x = 426380 \\ 2131794 \text{ --- } 5\% & x = \frac{100 \times 2131794}{5\%} \end{array}$$

Figura 95. Resposta dada pelo aluno A₂₃ na questão 4c)

Relativamente às 52 restantes respostas incorrectas, 49 alunos responderam que o número de automóveis vendidos em Espanha é inferior ao do Reino Unido sem justificar a sua resposta ou justificando que no Reino Unido se tinham vendido mais automóveis do que na Espanha. Houve 3 alunos que não apresentaram qualquer estratégia para responderem que Espanha tinha vendido 11065328,8 automóveis.

Questão 4d)

Sendo o Luxemburgo considerado um país rico, por que é que o número de automóveis vendidos é o menor de todos? Indica uma justificação possível para esta situação.

No que concerne à questão 4d), verificou-se que 36% dos alunos não responderam e 33% deram respostas incorrectas. Verificou-se ainda que poucos alunos responderam correctamente (23%) e ainda menos apresentaram uma resposta parcialmente correcta (8%).

Em relação às respostas correctas, consideradas adequadas no contexto da situação apresentada, verificamos que 25 alunos associaram a percentagem de automóveis vendidos no

Luxemburgo às dimensões do país e/ou ao seu reduzido número de habitantes, tal como se pode verificar na Figura 96.

o luxemburgo em relação aos outros países, é um país muito pequeno, com menos habitantes, logo tem menos vendas.

Figura 96. Resposta dada pelo aluno A102 na questão 4d)

Quanto aos alunos que deram respostas parcialmente correctas (9), associaram a pequena percentagem de automóveis vendidos no Luxemburgo ao uso de outro tipo de transportes, em especial os transportes públicos.

porque é um país que usa bastante os transportes públicos e há poucas pessoas que andam em carro privados.

Figura 97. Resposta dada pelo aluno A59 na questão 4d)

No que diz respeito às 35 respostas consideradas incorrectas, verificou-se que 14 alunos associaram a pequena percentagem de automóveis vendidos no Luxemburgo ao seu elevado custo e 1 aluno determinou o número de automóveis vendidos, não respondendo ao pretendido, como se exemplifica na Figuras 98.

$$\begin{array}{r} 2131794 \text{ — } 50\% \\ < \text{ — } 1\% \\ x = \frac{2131794 \times 1}{50} \\ x = 42635,88 \end{array}$$

Figura 98. Resposta dada pelo aluno A27 na questão 4d)

Seis alunos relacionaram a baixa venda de automóveis com o facto de o Luxemburgo não necessitar de investir na produção de automóveis, como se pode observar na Figura 99.

Porque sendo um país rico não precisa de investir muito no negócio dos automóveis.

Figura 99. Resposta dada pelo aluno A47 na questão 4d)

Quanto aos restantes alunos (14) referiram o facto de os luxemburgueses já terem carro ou não os adquirirem devido à crise económica.

é porque provavelmente a maior parte da população já tem acesso,

Figura 100. Resposta dada pelo aluno A13 na questão 4d)

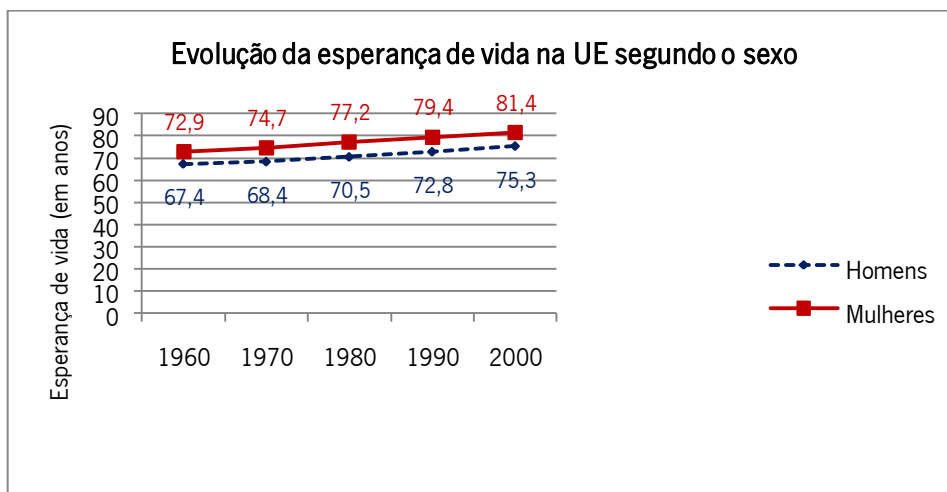
Talvez por uma crise económica.

Figura 101. Respostas dada pelo aluno A69 na questão 4d)

Destaca-se ainda, nesta questão, uma elevada percentagem de alunos que não apresentaram qualquer resposta (36%).

4.2.5. Tarefa 5: Esperança de vida

No gráfico seguinte está representada a esperança de vida, à nascença, de homens e mulheres da UE (União Europeia) entre 1960 e 2000.



- Observando o gráfico, o que podes concluir acerca da esperança de vida, à nascença, na UE?
- Determina um valor representativo da esperança de vida, à nascença, dos homens e outro da esperança de vida das mulheres, tendo em vista comparar a esperança de vida, à nascença, dos homens com a das mulheres no período entre 1960 e 2000.
- Como explicas a evolução da esperança de vida, à nascença, na UE, entre 1960 e 2000?

Na resposta à questão 5a) (*ler os dados*) pretendia-se que os alunos, pela leitura do gráfico, respondessem que a esperança de vida, de 1960 até 2000, aumentou para os homens e para as mulheres, tendo sido sempre superior para as mulheres.

Na 5b) (*ler entre os dados*), onde se pretendia que os alunos, para além da leitura, interpretassem o gráfico, desejava-se que os alunos determinassem a média da esperança de vida das mulheres e dos homens, de 1960 até 2000, tal como se pode verificar no exemplo de resolução que se segue.

Média da esperança de vida dos homens:

$$(67,4+68,4+70,5+72,8+75,3): 5 = 70,88$$

Média da esperança de vida das mulheres:

$$(72,9+74,7+77,2+79,4+81,4): 5 = 77,12$$

Em relação à questão 5c) (*ler além dos dados*), as respostas possíveis requeriam que o aluno fizesse inferências a partir dos dados, não sendo suficiente a leitura ou transformação de dados do gráfico. Deste modo, a evolução da esperança de vida representada no gráfico poderia ser justificada pela melhoria da qualidade de vida, pela melhoria dos cuidados de saúde, entre outras.

Análise geral das respostas e estratégias

Após a análise das respostas dadas pelos alunos às questões da tarefa 5, tal como nas tarefas anteriores, categorizaram-se em correcta, parcialmente correcta, incorrecta e não respondeu. Os resultados obtidos são apresentados na tabela que seguinte.

Tabela 21 – Distribuição da percentagem (frequência) dos alunos segundo o tipo de respostas às questões 5a), 5b) e 5c) da tarefa 5 ($n=108$).

Resposta	Percentagem (Frequência absoluta)		
	5a)	5b)	5c)
Correcta	19 (20)	14 (15)	43 (47)
Parcialmente correcta	62 (67)	3 (3)	–
Incorrecta	11 (12)	34 (37)	30 (32)
Não respondeu	8 (9)	49 (53)	27 (29)

Nas várias questões da tarefa 5 verifica-se uma baixa percentagem de respostas correctas nas questões 5a) e 5b), diminuindo ligeiramente de 5a) para 5b), e um aumento considerável das respostas correctas em 5c).

Em termos dos níveis de leitura e interpretação de gráficos de Curcio (1989), observa-se que nas questões 5a) e 5b), inseridas no nível 1 (*ler os dados*) e 2 (*ler entre os dados*), respectivamente, o número de respostas correctas é inferior ao obtido na questão 5c), inserida no nível 3 (*ler além dos dados*). Este resultado pode explicar-se pelo facto da questão 5a) exigir que o aluno realizasse duas leituras em simultâneo: o aumento da esperança de vida em ambos os sexos desde 1960 até 2000 e uma maior esperança de vida nas mulheres do que nos homens, e a questão 5b) constituir uma aplicação das medidas de tendência central (média ou mediana), portanto de um grau de dificuldade maior, e também por ser pouco habitual nas aulas de Matemática.

Questão 5a)

Observando o gráfico, o que podes concluir acerca da esperança de vida, à nascença, na UE?

Através da análise da Tabela 16, constata-se que uma elevada percentagem de alunos respondeu correctamente (19%) ou de modo parcialmente correcto (62%) à questão 5a) e que uma pequena percentagem respondeu erradamente (11%) ou não respondeu à questão (8%).

Depois de analisados os tipos de respostas, verificou-se que todos os alunos que responderam correctamente (20) extraíram do gráfico dois tipos de conclusão: a esperança de vida à nascença na União Europeia tem vindo a aumentar de 1960 até 2000 e a esperança de vida das mulheres é superior à dos homens.

A esperança média de vida tem vindo a aumentar aos longos dos anos. Mas a EMV do sexo feminino tem sido sempre superior à EMV do sexo masculino.

Figura 102. Resposta dada pelo aluno A₁₀ na questão 5a)

Os alunos com respostas parcialmente correctas extraíram apenas uma das conclusões referidas. Destes, 40 alunos afirmaram que a esperança de vida aumentou de 1960 a 2000 e 27 alunos afirmaram que a esperança de vida das mulheres é superior à dos homens.

a) Observando o gráfico, o que podes concluir acerca da esperança de vida, à nascença, na UE? *Que tem aumentado ao longo dos anos, especificamente entre 1960 e 2000.*

Figura 103. Resposta dada pelo aluno A₁₆ na questão 5a)

a) Observando o gráfico, o que podes concluir acerca da esperança de vida, à nascença, na UE? *Observando o gráfico posso concluir que a esperança de vida à nascença é maior nos mulheres.*

Figura 104. Resposta dada pelo aluno A6 na questão 5a)

Relativamente às respostas incorrectas (12), 8 alunos afirmaram que a esperança de vida é “elevada”, 1 aluno afirmou que “mais de 60% das pessoas sobrevivem”, 2 alunos que “a esperança de vida à nascença é inferior à esperança de vida ao longo dos anos” e 1 aluno que “nem todos os bebés que nascem ficam vivos” (A82).

Questão 5b)

Determina um valor representativo da esperança de vida, à nascença, dos homens e outro da esperança de vida das mulheres, tendo em vista comparar a esperança de vida, à nascença, dos homens com a das mulheres no período entre 1960 e 2000.

Como se pode verificar pela análise da Tabela 16, uma elevada percentagem dos alunos (49%) não respondeu a esta questão ou respondeu incorrectamente (34%). Quanto aos restantes alunos, somente 14% respondeu correctamente e 3% deu respostas parcialmente correctas.

Acerca das estratégias utilizadas nas respostas correctas, todos os 15 alunos determinaram a média da esperança de vida das mulheres e dos homens, referindo, por vezes, que estes seriam os valores representativos que lhes permitiriam comparar ambas as esperanças de vida, como se pode ilustrar no exemplo de resposta a seguir.

$$\begin{aligned}
 \text{Mulheres : média} &= \frac{72,9 + 74,17 + 77,2 + 79,4 + 81,4}{5} && \text{cerca de 77} \\
 &= 77,12 \\
 \text{Homens : média} &= \frac{67,4 + 68,4 + 70,5 + 72,8 + 75,3}{5} && \text{cerca de 71 anos} \\
 &= 70,88
 \end{aligned}$$

Figura 105. Resposta dada pelo aluno A5 na questão 5b)

Nas 3 respostas parcialmente correctas verificou-se que os alunos determinaram a soma dos valores mencionados no gráfico, quer no caso das mulheres, quer dos homens. No entanto, a divisão deste resultado pelo número de anos não foi efectuada, concluindo que essas somas seriam os valores que lhes permitiriam comparar a esperança de vida à nascença entre ambos os sexos.

$$\text{Homens: } 67,4 + 68,4 + 70,5 + 72,8 + 75,3 = 354,4$$

$$\text{Mulheres: } 72,9 + 74,7 + 77,2 + 79,4 + 81,4 = 385,6$$

A esperança média de vida das mulheres é mais alta do que a dos homens.

Figura 106. Resposta dada pelo aluno A59 na questão 5b)

Quanto às respostas incorrectas (37), a maioria dos alunos (30) comparou os dados do gráfico referentes às mulheres e aos homens, apesar de alguns deles associarem esta análise ao conceito de média.

A esperança média de vida dos homens, ronda os 75 anos, enquanto que da mulher ronda os 81.

Figura 107. Resposta dada pelo aluno A18 na questão 5b)

Relativamente aos restantes 7 alunos, as suas respostas foram variadas, entre o cálculo da diferença entre os dados das mulheres e os dos homens (5), divisão entre os dados referidos anteriormente (1) ou o cálculo da média, mas com recurso aos valores referidos no eixo das ordenadas do gráfico (1). Nas Figuras 104, 105 e 106 encontram-se exemplificados estes tipos de estratégia.

$$\begin{aligned} 72,9 - 67,4 &= 5,5 \\ 74,7 - 68,4 &= 6,3 \\ 77,2 - 70,5 &= 6,7 \\ 79,4 - 72,8 &= 6,6 \\ 81,4 - 75,3 &= 6,1 \end{aligned}$$

R.: Até 1980 a diferença das idades aumentava e começou a diminuir.

Figura 108. Resposta dada pelo aluno A8 na questão 5b)

$$\frac{81,4}{75,3} \approx 1,08 \rightarrow 2000 \left\{ \begin{array}{l} 74,4 \\ 72,8 \end{array} \right. \approx 1,09 \rightarrow 1990 \left\{ \begin{array}{l} 77,2 \\ 70,5 \end{array} \right. \approx 1,09 \rightarrow 1980 \left\{ \begin{array}{l} 79,4 \\ 68,4 \end{array} \right. \approx 1,09 \rightarrow 1970 \left\{ \begin{array}{l} 72,9 \\ 67,4 \end{array} \right. \approx 1,08 \rightarrow 1960$$

R.: A esperança de vida é mais alta nas mulheres e, aproximadamente 1,09 vezes maior do que homens.

Figura 109. Resposta dada pelo aluno A78 na questão 5b)

$$\text{Média} = \frac{10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90}{9}$$

$$\text{Média} = \frac{450}{9}$$

$$\text{Média} = 50$$

Figura 110. Resposta dada pelo aluno A₁₀₀ na questão 5b)

Questão 5c)

Como explicas a evolução da esperança de vida, à nascença, na UE, entre 1960 e 2000?

Da observação da Tabela 16, apesar dos alunos que deram respostas incorrectas ou não responderam constituírem uma elevada percentagem (57%), verifica-se igualmente que bastantes (43%) responderam correctamente à questão.

Analizadas as respostas correctas, verificou-se que todos os 47 alunos foram capazes de ir além dos dados explícitos no gráfico. As respostas dos alunos foram diversas, atribuindo o aumento da esperança de vida, quer dos homens quer das mulheres, à melhoria da qualidade de vida, ao avanço da medicina, entre outras, tal como se pode observar nas respostas ilustradas nas figuras abaixo.

c) Como explicas a evolução da esperança de vida, à nascença, na UE, entre 1960 e 2000?

A evolução da esperança média de vida aumentou, porque começaram a haver melhores condições de vida.

Figura 111. Resposta dada pelo aluno A₁ na questão 5c)

Com o avanço da medicina, as melhores condições de vida.

Figura 112. Resposta dada pelo aluno A₆₉ na questão 5c)

No que diz respeito às respostas consideradas incorrectas (32), constatou-se que a maioria dos alunos (23) se limitaram a reafirmar conclusões extraídas do gráfico, à semelhança do que se pretendia com a questão 5a), afirmando o aumento da esperança de vida ou a maior esperança de vida das mulheres.

Tem vindo a crescer de 1960 a 2000.

Figura 113. Resposta dada pelo aluno A₆ na questão 5c)

Handwritten text in Portuguese: "explico que cada vez mais as mulheres têm uma esperança de vida maior do que a dos homens."

Figura 114. Resposta dada pelo aluno A₁₀₇ na questão 5c)

Os restantes 9 alunos responderam que este facto tem a ver com o aumento do número de nascimentos.

Handwritten text in Portuguese: "A evolução da esperança de vida à nascença na UE aumentou porque houve mais nascimentos e menos mortes."

Figura 115. Resposta dada pelo aluno A₁₄ na questão 5c)

4.3. Análise da influência do desempenho dos alunos a Matemática na construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos

Nesta secção estudou-se a influência do desempenho dos alunos a Matemática no 7.º e 8.º anos de escolaridade na construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos, bem como com o número de tipos de gráficos que os alunos afirmaram conhecer.

Para tal, determinou-se a soma das classificações obtidas pelos alunos no 7.º e 8.º anos de escolaridade a Matemática e seguidamente codificou-se a variável desempenho a Matemática em fraco, médio e bom, consoante o valor da soma era inferior ou igual a 5, era igual 6 ou 7 e era superior ou igual a 8, respectivamente. Recorde-se que as classificações dos alunos a Matemática, tanto no 7.º ano como no 8.º ano, eram expressas numa escala de 0 a 5.

Posteriormente, procedeu-se à escolha do tipo de teste a utilizar de acordo com o tipo de variáveis envolvidas e os pressupostos que a aplicação dos testes requer.

Assim, para se relacionar a variável *desempenho a Matemática*, tomando os valores da soma das classificações obtidas pelos alunos no 7.º e 8.º anos a Matemática, com a variável *número de gráficos* que os alunos afirmaram conhecer, aplicou-se a correlação linear de Pearson. A aplicação desta estatística determinou um valor $r = 0,362$, estatisticamente significativo ($p < 0,000$). Trata-se de um valor, do coeficiente r , positivo que traduz correlação moderada/ baixa, como se pode verificar por observação do gráfico apresentado na Figura 116, e em que a um maior desempenho do aluno a Matemática no conjunto do 7.º e 8.º anos de escolaridade corresponde, em geral, o conhecimento de um maior número de diferentes tipos de gráficos.

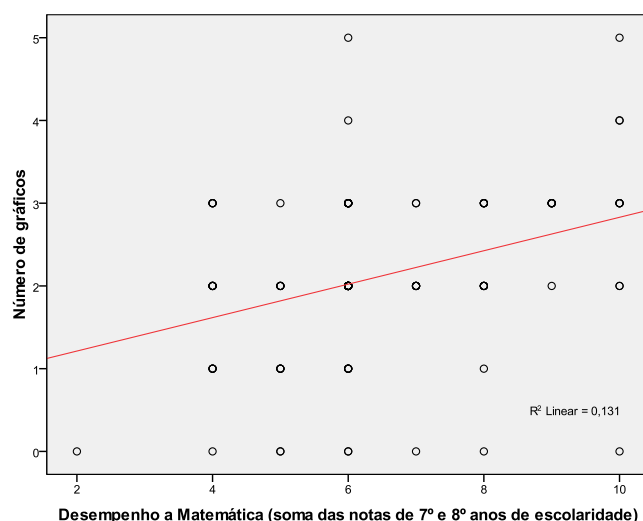


Figura 116. Diagrama de dispersão e recta de regressão relativa às variáveis desempenho em Matemática e o número de diferentes tipos de gráficos

De seguida, comparámos os três grupos de desempenho em Matemática, resultantes da codificação referida antes (fraco, médio e bom), com a realização dos alunos nas 13 questões do teste. No caso da realização dos alunos nas questões do teste, versando a construção, leitura e interpretação de gráficos, a variável tomou em cada questão a designação correcta, parcialmente correcta e incorrecta, codificadas com os valores 2, 1 e 0, respectivamente. Nesta análise as não respostas foram consideradas incorrectas em termos de realização dos alunos.

Considerando que a variável dependente apenas tomava três valores, a não verificação do pressuposto de normalidade e que se tratava de uma amostra de pequena dimensão no caso do grupo de alunos de desempenho fraco ($n = 29$), optámos por aplicar em todas as questões o teste não paramétrico para amostras independentes de Kruskal-Wallis. Na Tabela 22 pode observar-se as médias das ordens segundo os níveis de desempenho fraco, médio e bom, bem como os valores da estatística determinada pela aplicação do teste de Kruskal-Wallis.

Tabela 22 – Média das ordens segundo os níveis de desempenho a Matemática e valor de χ^2 em cada uma das questões do teste ($n = 108$).

Questão	Média das ordens segundo os níveis de desempenho a Matemática			Valor de χ^2
	Fraco	Médio	Bom	
1a)	41,62	60,24	57,57	7,767*
1b)	38,67	51,91	74,03	27,105**
2	53,50	54,59	55,32	0,924
3a)	54,36	51,21	60,00	5,332
3b)	43,48	53,08	67,47	12,364**

3c)	45,67	51,14	68,52	18,666**
4a)	50,91	56,50	54,70	5,432
4b)	43,48	52,14	69,00	13,861**
4c)	41,07	52,56	70,65	19,905**
4d)	48,43	48,40	70,33	15,953**
5a)	47,38	54,01	62,18	4,436
5b)	48,71	49,85	67,70	17,681**
5c)	49,62	46,43	72,40	18,654**

Nota: *Diferenças estatisticamente significativas a menos de 0,05; **Diferenças estatisticamente significativas a menos de 0,01.

Observando a Tabela 17 verifica-se uma clara tendência para o aumento da média das ordens da realização com o aumento do desempenho dos alunos a Matemática na maioria das questões.

Verificam-se diferenças estatisticamente significativas nas questões: 1a) ($p < 0,05$) e 1b) ($p < 0,01$), relativa à construção de gráficos; 3b), 3c), 4b), 4c), 4d), 5b) e 5c), relativas à leitura e interpretação de gráficos, em todos estes casos para $p < 0,01$.

Seguidamente, considerámos a variável construção de gráficos, incluindo as questões 1a), 1b) e 2 relativas à construção de gráficos, a variável leitura e interpretação de gráficos, incluindo as questões 3a), 3b), 3c), 4a), 4b), 4c), 4d), 5a), 5b) e 5c) relativas à leitura e interpretação de gráficos, e a variável construção, leitura e interpretação de gráficos, incluindo todas as questões relativas quer à construção quer à leitura e interpretação de gráficos. Na Tabela 23 podem-se observar as médias das ordens da realização dos alunos nestas variáveis segundo os níveis de desempenho a Matemática e os valores da estatística determinados por aplicação do teste não paramétrico para amostras independentes de Kruskal-Wallis.

Tabela 23 – Média das ordens segundo os níveis de desempenho a Matemática e valor de χ^2 em cada conjunto das questões do teste ($n = 108$).

Variáveis	Média das ordens segundo os níveis de desempenho a Matemática			Valor de χ^2
	Fraco	Médio	Bom	
Construção de gráficos	35,21	58,07	67,32	17,823**
Leitura e interpretação de gráficos	38,59	47,49	81,33	32,235**
Construção, leitura e interpretação de gráficos	34,31	49,66	81,92	36,417**

Nota:**Diferenças estatisticamente significativas a menos de 0,01.

Observando a Tabela 18, verifica-se que as médias das ordens da realização dos alunos, em qualquer das variáveis consideradas, aumentam claramente com o aumento do desempenho dos alunos a Matemática. Em termos de significância estatística, a aplicação do teste de Kruskal-Wallis também determinou diferenças estatisticamente significativas ($p < 0,01$) entre os diferentes níveis de desempenho dos alunos a Matemática em qualquer das três variáveis.

Em síntese, conclui-se que, em geral, a variável desempenho a Matemática distinguiu claramente a realização dos alunos nas tarefas propostas, verificando-se que os alunos que apresentavam um melhor desempenho a Matemática atingiram um nível de realização superior na maioria das questões consideradas individualmente, no conjunto das questões de construção de gráficos, no conjunto das questões de leitura e interpretação de gráficos e no conjunto das questões de construção, leitura e interpretação de gráficos.

Por último, a aplicação da correlação linear de Pearson ao desempenho dos alunos na construção de gráficos (conjunto das questões 1a), 1b) e 2) e na leitura e interpretação de gráficos (conjunto das questões 3a), 3b), 3c), 4a), 4b), 4c), 4d), 5a), 5b) e 5c)) determinou uma associação moderada entre as variáveis ($r = 0,418$), embora estatisticamente significativa ($p < 0,000$). Assim, em geral, observou-se uma tendência moderada de ao maior desempenho na construção de gráficos corresponder um maior desempenho na leitura e interpretação de gráficos.

Na Figura 117 pode observar-se o diagrama de dispersão das variáveis envolvidas na análise da correlação, bem como a recta de regressão linear.

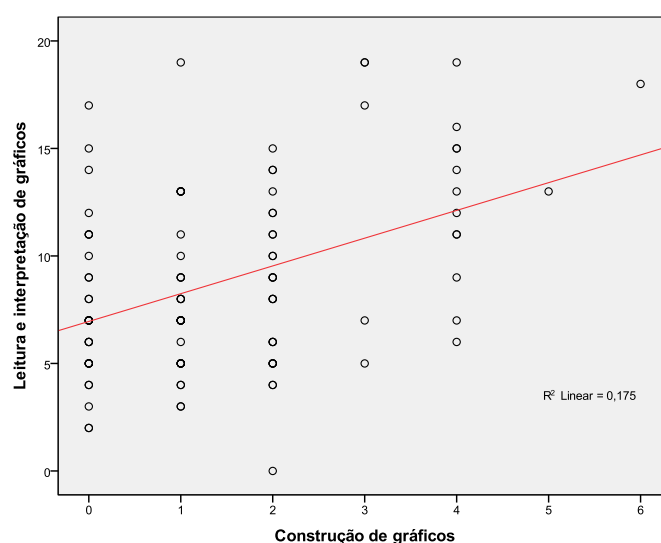


Figura 117. Diagrama de dispersão e recta de regressão relativa às variáveis desempenho na construção e na leitura e interpretação de gráficos.

CAPÍTULO 5

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Neste capítulo apresentam-se e discutem-se os principais resultados obtidos no presente estudo, tendo em conta as questões de investigação, a metodologia aplicada e a revisão de literatura efectuada.

O capítulo está organizado em quatro secções. Na primeira apresenta-se uma síntese do estudo, resumindo-se os elementos essenciais relativos às opções metodológicas. Quanto à segunda secção descrevem-se as principais conclusões obtidas relativamente a cada uma das três questões de investigação formuladas no estudo. No que se reporta à terceira secção faz-se referência às implicações do estudo para o ensino da Estatística. Por último, na quarta secção, formulam-se algumas recomendações para o ensino da Estatística, em particular, no que diz respeito à construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos, tendo por referência as conclusões obtidas no presente estudo e as recomendações referidas em estudos sobre a mesma temática e descritos na revisão de literatura.

5.1. Síntese do estudo

Descrever, compreender e comparar as respostas dos alunos, no final do ensino básico, na resolução de tarefas relativas à construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos, e estudar o contributo destas respostas para o conhecimento e compreensão dos alunos, constitui o objectivo principal deste estudo. Neste sentido fixaram-se as seguintes questões de investigação:

1. Na representação de dados estatísticos, que tipo de gráficos constroem os alunos? Qual a sua adequação às situações propostas? Que erros e dificuldades revelam?
2. Na leitura e interpretação dos gráficos estatísticos, que nível de conclusões extraem os alunos desses gráficos? Que erros e dificuldades revelam?
3. Verifica-se alguma influência entre o nível de desempenho a Matemática e a construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos 9.º ano de escolaridade?

Face às questões de investigação a que se procurou dar resposta, adoptou-se uma metodologia fundamentalmente quantitativa, de cunho descritivo e comparativo.

Para tal, no ano lectivo 2009/2010, foram escolhidos alunos de um Agrupamento de escolas do distrito de Braga, para a recolha de dados. A amostra ficava então constituída por 108 alunos do 9.º ano de escolaridade, 50% do sexo feminino e 50% do sexo masculino, com média de idades de 14 anos e com níveis de desempenho à disciplina de Matemática que variavam entre 2 e 5, numa escala de 1 a 5, e com médias de 3,3 no sétimo ano de escolaridade e 3,1 no oitavo ano de escolaridade.

A recolha de dados foi efectuada através da aplicação de um teste, cujo objectivo era descrever e compreender de que modo os alunos, no final do ensino básico, constroem, lêem e interpretam gráficos estatísticos. O teste, aplicado em Janeiro e Fevereiro de 2010 pela investigadora, era constituído por três partes. A primeira era destinada à recolha de dados pessoais dos alunos, tais como a idade e as notas obtidas no 7.º e 8.º anos de escolaridade. A segunda parte incluía um conjunto de três questões acerca das concepções de Estatística, dos tipos de gráficos estatísticos que conheciam e da utilidade dos mesmos, através das questões: “O que é para ti a Estatística?”, “Que tipos de gráficos estatísticos conheces?” e “Qual a utilidade dos gráficos estatísticos?”. Na primeira e terceira questões, tratando-se de questões abertas, definiram-se categorias de resposta *a posteriori*, aquando da análise de dados. Na segunda foram determinadas percentagens do número de gráficos conhecidos dos alunos e dos diferentes tipos de gráficos por eles mencionados, resumindo-se posteriormente os resultados obtidos em tabelas.

A terceira parte do teste continha um conjunto de 5 tarefas de Estatística, enquadradas em contexto real, sendo duas tarefas de construção de gráficos e três tarefas de leitura e interpretação de gráficos.

Nas tarefas relacionadas com a construção de gráficos, designadas por 1 e 2, pretendia-se avaliar a capacidade dos alunos construírem gráficos adequados à representação de situações concretas, bem como averiguar quais os erros e dificuldades associados à construção.

Nas restantes tarefas, designadas por 3, 4 e 5, constituídas por 3, 4 e 3 alíneas, respectivamente, e relacionadas com a leitura e interpretação de gráficos, pretendia-se avaliar a capacidade dos alunos lerem e interpretarem gráficos estatísticos e, tal como nas tarefas anteriores, estudar que tipo de erros e dificuldades evidenciaram.

Ainda em relação às três últimas tarefas, elas foram construídas tendo em conta os três níveis de leitura e interpretação de gráficos de Curcio (1989) e foram distribuídas do seguinte modo: as alíneas 3a), 4a) e 5a) incluem-se no nível 1 (*ler os dados*); as alíneas 3b), 3c), 4b), 4c)

e 5b) incluem-se no nível 2 (*ler entre os dados*); e as alíneas 4d) e 5c) incluem-se no nível 3 (*ler além dos dados*).

Nas questões referentes ao nível 1 pedia-se ao aluno a leitura literal do gráfico, sem que tivesse de interpretar nem transformar a informação nele contida. As questões do nível 2 exigiam dos alunos a interpretação e integração dos dados do gráfico e requeriam a habilidade para comparar quantidades e usar outros conceitos e destrezas matemáticas. Finalmente, nas questões do nível 3 pretendia-se que o aluno realizasse previsões e inferências a partir dos dados, através de informações que não se extraem directamente do gráfico, mas sim a partir do contexto da situação em que o gráfico se insere.

Em termos de análise de dados, estudámos as respostas e/ou os raciocínios dos alunos nas várias questões do teste. No caso das respostas, estas foram codificadas em correctas, incorrectas ou não respostas.

No caso dos raciocínios, na segunda parte do teste, nas questões 1 e 3, tratando-se de questões abertas, definiram-se categorias *a posteriori*, aquando da análise de dados, e na questão 2 foram determinadas frequências do número de gráficos conhecidos dos alunos e dos diferentes tipos de gráficos por eles mencionados. Além disso, estudou-se a correlação linear de Pearson entre o desempenho a Matemática, definido através da soma das classificações dos alunos no 7.º e 8.º anos de escolaridade, e o número de gráficos que os alunos afirmaram conhecer, bem como entre o desempenho dos alunos na construção de gráficos e o desempenho na leitura e interpretação de gráficos.

Na descrição dos raciocínios subjacentes nas respostas às questões 3b), 3c) e 4c) houve a necessidade de definir um conjunto de categorias que agrupassem os vários tipos de raciocínios utilizados pelos alunos na sua resolução. Nas duas primeiras questões consideraram-se as categorias *regra de três simples* e *outra estratégia* e na questão 4c) definiram-se as categorias *regra de três simples* e *comparação de percentagens*.

Quer no caso das respostas quer no caso dos raciocínios, as frequências determinadas foram, quando oportuno, resumidas em tabelas.

Finalmente, no estudo da influência do desempenho a Matemática sobre a realização na construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos, nas questões das tarefas 1, 2, 3, 4 e 5, recorremos ao teste não paramétrico para amostras independentes de Kruskal-Wallis. Este teste foi também aplicado para estudar a influência do desempenho a Matemática sobre a

realização no que diz respeito ao conjunto das tarefas sobre construção de gráficos, sobre leitura e interpretação de gráficos e sobre a totalidade das tarefas.

5.2. Conclusões do estudo

As conclusões foram elaboradas tendo em atenção os resultados obtidos no estudo realizado e organizaram-se a partir de cada uma das questões de investigação inicialmente formuladas. Por outro lado, sempre que pertinente, fez-se referência a conclusões de outras investigações, que de algum modo estão relacionadas com o presente estudo.

Antes de apresentarmos as conclusões relativas às tarefas relacionadas com construção, leitura e interpretação de gráficos vamos referir-nos às três questões da segunda parte do teste. Na questão “O que é para ti a Estatística?”, os alunos associaram a Estatística aos gráficos e/ou tabelas, embora a maioria dos alunos a tenha associado a outros aspectos, tais como: resultados, valores e acontecimentos, ou então à organização e interpretação de gráficos e à resolução de problemas através dos gráficos. Uma pequena percentagem de alunos aliou a Estatística a termos e conceitos estatísticos, nomeadamente: organização e/ou tratamento de dados, população, contagens e percentagens, bem como à determinação de medidas de tendência central.

Na questão “Que tipos de gráficos estatísticos conheces?”, uma elevada percentagem de alunos (92%) afirmaram conhecer algum tipo de gráfico, tendo sido referidos por ordem decrescente de frequência o gráfico de barras, o gráfico circular, o pictograma, o histograma e o gráfico de linhas. Para além destes gráficos, foram também referidos como gráficos estatísticos os diagramas de Venn e de árvore e as tabelas.

Na questão “Qual a utilidade dos gráficos estatísticos?” bastantes alunos aliaram a utilidade dos gráficos à organização, representação, leitura e interpretação de dados e uma pequena percentagem à determinação ou comparação de valores, ao cálculo e à obtenção de dados ou de informações na forma de percentagem.

5.2.1. Construção de gráficos estatísticos

Incluíram-se na construção de gráficos estatísticos a tarefa 1, com as questões 1a) e 1b), e a tarefa 2.

Na questão 1a), em que se pretendia que os alunos construíssem um gráfico de barras simples para representar as idades dos alunos de uma turma, obteve-se uma percentagem de

61% de respostas correctas e parcialmente correctas, 30 % de respostas incorrectas e 9% dos alunos não deram qualquer resposta. No caso das respostas dos alunos, verificou-se que as representações elaboradas por estes, por ordem decrescente de frequência, se distribuíram pelos seguintes tipos de gráficos: gráfico de barras simples (66%), gráfico de barras agrupadas (10%), tabelas (5%), gráfico circular (3%), dois gráficos (3%), gráfico cartesiano (2%) e gráfico de barras empilhadas (2%).

Na questão 1b), em que se solicitava aos alunos a construção de um gráfico para representar as idades dos alunos de uma turma em função do sexo, verificou-se que somente 35% dos alunos apresentaram respostas correctas ou parcialmente correctas, 27% apresentaram respostas incorrectas e 38% dos alunos não responderam. As representações gráficas elaboradas pelos alunos, por ordem decrescente de frequência, foram o gráfico de barras agrupadas (20%), dois gráficos (13%), o gráfico de barras simples (11%), tabelas (5%), o gráfico circular (4%), o gráfico de barras empilhadas (4%), o gráfico de linhas (2%) e o pictograma (2%).

Na tarefa 2, era apresentado um quadro com o tempo médio de vida de 21 animais e solicitava-se ao aluno que construísse um gráfico adequado para representar esses dados. Nesta tarefa, em que o histograma constituía uma representação gráfica adequada, obteve-se uma percentagem bastante reduzida de respostas correctas ou parcialmente correctas (2%) e uma percentagem elevada de respostas incorrectas (56%) e de não respostas (42%). Em termos dos gráficos construídos, verificou-se que os alunos recorreram, por ordem decrescente de frequência, ao gráfico de barras simples (43%), ao gráfico circular (5%), às tabelas (3%), ao gráfico cartesiano (3%), ao histograma (2%) e ao gráfico de linhas (2%).

Assim, de um modo geral, estes dados permitem concluir que os alunos que participaram neste estudo utilizaram vários tipos de gráficos nas respostas às questões sobre construção de gráficos e, tal como em Ruiz et al. (2009), bastantes alunos não produziram qualquer tipo de gráfico na globalidade das três questões.

Entre as três questões propostas aos alunos, verificou-se um melhor desempenho na questão que envolvia a representação gráfica de uma variável quantitativa discreta (questão 1a)), seguindo-se a questão em que se requeria a representação gráfica para comparar os valores da variável anterior segundo as categorias sexo masculino e feminino (questão 1b)) e, por último, um desempenho muito fraco, na questão em que se solicitava a representação gráfica de uma variável quantitativa contínua (questão 2).

Em termos dos gráficos construídos pelos alunos, no conjunto das três questões estudadas, destacou-se claramente a utilização do gráfico de barras simples. Quando este gráfico era apropriado para representar a situação apresentada, como era o caso da questão 1a), verificou-se uma elevada percentagem de respostas correctas ou parcialmente correctas; quando este gráfico não era adequado para representar a situação apresentada, como era o caso das duas outras questões, verificou-se uma redução das respostas correctas e parcialmente correctas. Esta redução foi particularmente drástica no caso da questão 2, que envolvia a construção de um histograma.

Comparativamente com outros tipos de gráficos, a prevalência do gráfico de barras simples pode ter sido consequência de terem sido mais trabalhos nas aulas destes alunos, além de que se trata de um gráfico de mais fácil construção do que outros tipos de gráficos, como, por exemplo, os gráficos de barras agrupados ou empilhados e os histogramas.

Como em outros estudos (e.g., Ruiz et al., 2009; Shaughnessy, 2007), uma das dificuldades detectadas nos alunos, e que diz respeito à construção de gráficos, relaciona-se com a apresentação de gráficos desajustados dos dados que lhes são apresentados. Sendo um gráfico um meio de comunicarmos e classificarmos dados (Curcio, 1989), nem sempre é fácil a sua construção de um modo claro e congruente com os dados que se pretendem representar (Silva, 2006).

Esta dificuldade verificou-se em qualquer das três questões 1a), 1b) e 2) e deveu-se, essencialmente, à identificação incorrecta da variável. Na questão 1a), 16 alunos consideraram a variável idade segundo as categorias feminino e masculino e não apenas a idade dos alunos da turma, construindo gráficos de barras agrupadas, gráficos de barras empilhadas ou então dois gráficos, todos desadequados à situação apresentada.

O mesmo se verificou na questão 1b), com 13 alunos que construíram um gráfico de barras simples, relacionando as variáveis idade ou sexo com o número total de alunos da turma. No caso da construção de dois gráficos, ao contrário do que se verificou em Ruiz et al. (2009), os alunos utilizaram o mesmo tipo de gráfico, nomeadamente gráficos de barras simples, um para a variável idade das raparigas e outro para a variável idade dos rapazes. Nestes gráficos foram marcadas escalas iguais, permitindo, deste modo, a comparação das duas distribuições.

Finalmente na questão 2, também 45 alunos identificaram incorrectamente a variável, considerando-a o nome do animal e não o tempo médio de vida, dos quais 5 construíram gráficos circulares, 35 gráficos de barras simples, 2 gráficos de linhas e 3 gráficos cartesianos.

Todos estes gráficos foram também considerados inadequados por não traduzirem qualquer redução dos dados.

Nos diversos gráficos apresentados pelos alunos constatarem-se dificuldades diversas, nomeadamente na marcação ou ausência de escala nos gráficos de barras simples e barras agrupadas, também verificadas nos estudos de Cavalcanti et al. (2010), Doig e Groves (2001), Espinel et al. (2009) e Ruiz et al. (2009).

Também foram detectadas falhas na construção de histogramas, relacionadas, sobretudo, com a construção de barras separadas e a determinação de classes com diferentes amplitudes, tal como em Espinel et al. (2009). Contudo, em Espinel et al. (2009) foi identificado outro erro neste tipo de gráficos que neste estudo não surgiu, concretamente a eliminação de intervalos de frequência nula.

Observaram-se omissões associadas à ausência de alguns elementos do gráfico, designadamente rótulos nos eixos das frequências e/ou das variáveis e título em diversos tipos de gráficos, a exemplo do referido por Ruiz et al. (2009), e a não legendagem das categorias da variável, verificadas em Cavalcanti et al. (2010) e Carvalho (2001).

Como nas investigações levadas a cabo por Espinel et al. (2009) e Ponte (1984), importa referir que a identificação do eixo OX e do eixo OY foi uma dificuldade persistente numa grande variedade de tipos de gráficos, bem como as dificuldades associadas à marcação da origem do sistema de eixos e dos valores no eixo OX, também referidas em Espinel et al. (2009).

Outras falhas identificadas neste estudo foram: a divisão das barras, num gráfico de barras empilhadas; a construção de barras unidas num gráfico de barras simples ou empilhadas; a construção de barras unidas ou de barras separadas das várias categorias da variável, num gráfico de barras agrupadas. No que se refere à construção de gráficos de barras unidas, é de salientar que para este erro pode ter contribuído o uso de algumas calculadoras gráficas, nas quais não se distinguem os gráficos de barras dos histogramas.

Contrariamente ao que aconteceu nos estudos realizados por Espinel et al. (2009) e por Ponte (1984), a construção de pictogramas e gráficos cartesianos, respectivamente, não suscitaram quaisquer dificuldades, apesar de se terem detectado erros associados à marcação dos pontos coordenados na construção de um gráfico de linhas.

Do mesmo modo que em Espinel et al. (2009) e Ruiz et al. (2009), encontraram-se dificuldades na construção de gráficos de barras simples, que dizem respeito à posição das barras em relação aos valores situados no eixo OX. Ainda neste tipo de gráficos, observou-se que

alguns alunos não atenderam ao equilíbrio visual do gráfico, no que diz respeito à largura uniforme das barras e/ou à marcação das linhas auxiliares.

Em relação aos gráficos circulares detectaram-se erros associados à medição dos ângulos e à existência de não proporcionalidade entre o sector circular e a frequência que representa, tal como em Carvalho (2001) e Espinel et al. (2009).

5.2.2. Leitura e interpretação de gráficos estatísticos

Na leitura e interpretação de gráficos estatísticos inseriram-se a tarefa 3 com as questões 3a), 3b) e 3c), a tarefa 4 com as questões 4a), 4b), 4c) e 4d) e a tarefa 5 com as questões 5a), 5b) e 5c). Na tarefa 3 era dado um gráfico de barras simples, representando a produção de arroz, em milhões de toneladas, de alguns países; na tarefa 4 apresentava-se um gráfico circular, representando a percentagem de automóveis de passageiros vendidos em alguns países europeus; e, finalmente, na tarefa 5 era dado um gráfico de linhas, representando a evolução da esperança média de vida, à nascença, na União Europeia, segundo o sexo feminino e masculino, de 1960 a 2000.

Da análise da informação recolhida nas três tarefas, conclui-se que em relação às questões 3a) (indicação da quantidade de arroz produzido na Indonésia), 4a) (indicação da percentagem de automóveis vendidos em Portugal) e 5a) (análise da evolução da esperança de vida, à nascença), consideradas de nível 1, de acordo com a taxonomia de Curcio (*ler os dados*), uma elevada percentagem dos alunos (89%) fizeram uma leitura correcta ou parcialmente correcta do gráfico e somente alguns alunos responderam incorrectamente (7%) ou não responderam (4%).

Assim, tal como em Curcio (1987), por se tratar de questões que envolvem a leitura literal da informação do gráfico, a maioria dos alunos não revelou qualquer dificuldade nestas questões. Concordando com Curcio (1989), estes resultados devem-se ao aluno não ter que realizar qualquer interpretação dos dados, limitando-se a retirar informação expressa claramente no gráfico, no título ou nos eixos.

No entanto, às respostas dos alunos, consideradas parcialmente correctas ou incorrectas, estão associadas algumas dificuldades, nomeadamente a não observação de todos os elementos do gráfico, a leitura errada do enunciado da tarefa e ainda, tal como constatou Carvalho (2001), dificuldades de análise de gráficos representando duas distribuições (questão 5a).

Relativamente às questões 3b) (determinar a percentagem de arroz produzido na Índia), 3c) (verificar que a quantidade de arroz produzido no Brasil era mais ou menos de 5% da produção mundial, sabendo que esta é aproximadamente 7% da produção da China), 4b) (determinar o número de automóveis vendidos em Portugal), 4c) (averiguar se o número de automóveis vendidos em Espanha era superior ou inferior a 50% dos automóveis vendidos no Reino Unido) e 5b) (determinar um valor representativo da esperança de vida dos homens e das mulheres), de nível 2 na taxonomia de Curcio (*ler entre os dados*), verificou-se que as respostas incorrectas foram as mais frequentes (42%), seguindo-se as respostas correctas ou parcialmente correctas (30%) e quase outros tantos alunos (28%) não responderam. Verificou-se, ainda, que bastantes alunos (39%), em algumas das questões, recorreram à regra de três simples para a determinação dos valores em questão e quase outros tantos (31%) não apresentaram qualquer estratégia de resolução.

No que diz respeito às dificuldades, observou-se estarem associadas à leitura incorrecta dos dados, tal como na investigação levada a cabo por Doig e Groves (1999), ou a uma interpretação errada dos enunciados, obtendo-se respostas obtidas por leitura literal de dados explícitos no gráfico, o que nestas questões não respondia ao que se pedia. Verificaram-se, ainda, dificuldades relacionadas com o conceito de percentagem, tal como em Espinel et al. (2009), quando fizeram corresponder a frequência total ao valor 360° e não ao valor 100% (questão 4c).

Nestas questões que exigiam do aluno a realização de cálculos e operações que estavam relacionados com conhecimentos matemáticos e com a própria leitura e linguagem do gráfico detectaram-se, ainda, erros associados à determinação e compreensão das medidas de tendência central (questão 5b), em particular a média, tal como se verificou em Friel e Bright (1996), Friel et al. (2001), Ruiz et al. (2009) e no relatório PISA (2003).

Quanto às questões de nível 3, segundo a taxonomia de Curcio (*ler além dos dados*), especificamente a questão 4d) (justificação do baixo valor da percentagem de automóveis vendidos no Luxemburgo) e 5c) (explicação da evolução da esperança de vida ao longo dos anos), verificou-se que uma elevada percentagem de alunos respondeu incorrectamente (31,5%) ou não respondeu (31,5%) e somente 37% responderam de modo correcto ou parcialmente correcto.

As dificuldades associadas às questões de nível 3 devem-se ao desconhecimento que os alunos revelaram ter acerca do Luxemburgo e das reais causas da evolução da esperança média

de vida, à nascença. Nestas questões, tal como refere Curcio (1989), os alunos deveriam inferir ou predizer os resultados em função de conhecimentos previamente adquiridos, e não somente através da informação explícita ou implícita no gráfico.

De um modo geral, os alunos revelaram poucas dificuldades no nível 1, tal como no estudo de Curcio (1987), mas quando se depararam com questões de nível 2 e 3 aumentaram as suas dificuldades e os erros cometidos foram mais frequentes. Concordando com Friel et al. (2001), sobretudo no nível 2, estes erros revelaram estar relacionados com os conhecimentos matemáticos e com a leitura e linguagem dos gráficos, constatando-se que os resultados, tais como os obtidos por Aoyama (2006), Doig e Groves (2001) e Espinel et al. (2009), se situam maioritariamente num baixo nível de compreensão de um gráfico.

Por outro lado, tal como afirmam Ruiz et al. (2009), as dificuldades sentidas pelos alunos na interpretação de gráficos estatísticos, observadas no presente estudo, confirmam tratar-se de uma competência complexa para estes alunos.

5.2.3. O desempenho a Matemática e a construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos

Relacionando o desempenho dos alunos a Matemática (codificado em fraco, médio e bom) com o número de gráficos que afirmaram conhecer, observou-se uma correlação linear moderada/baixa positiva, mas estatisticamente significativa. Assim, conclui-se existir uma tendência moderada de aumento do número de gráficos que os alunos afirmam conhecer com o seu desempenho a Matemática.

Comparando o desempenho dos alunos a Matemática com as respostas dadas às tarefas que dizem respeito à construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos (codificadas em correctas e incorrectas) concluímos que os alunos que apresentaram um melhor desempenho a Matemática atingiram um nível superior de realização na maioria das questões. Especificamente, a aplicação do teste Kruskal-Wallis determinou diferenças estatisticamente significativas em 9 das 13 questões.

Comparando agora o desempenho dos alunos a Matemática com a sua realização no conjunto das questões relativas à construção de gráficos, no conjunto das questões relativas à leitura e interpretação de gráficos e no conjunto de todas as questões que dizem respeito à construção, leitura e interpretação de gráficos, em termos de significância estatística, a aplicação do teste Kruskal-Wallis determinou diferenças estatisticamente significativas em todos os casos.

Assim, verificou-se que as médias das ordens de realização dos alunos em qualquer um dos três grupos de questões considerados aumentaram com o desempenho dos alunos a Matemática.

Verificou-se também uma correlação linear moderada positiva, mas estatisticamente significativa, entre o desempenho na construção e na leitura e interpretação de gráficos, tal como no estudo realizado por Ruiz et al. (2009).

Em suma, podemos concluir que os alunos com melhor desempenho a Matemática obtiveram um maior nível de realização em cada uma das treze questões, no conjunto das questões de construção de gráficos, no conjunto das questões de leitura e interpretação de gráficos e no conjunto das questões de construção, leitura e interpretação de gráficos. Conclui-se ainda existir uma tendência moderada de aumento de desempenho na construção de gráficos com o desempenho na leitura e interpretação de gráficos.

5.3. Implicações do estudo para o ensino da Estatística

Em geral, as dificuldades reveladas pelos alunos na construção e interpretação de gráficos estatísticos, observadas no presente estudo, contrastam com as percepções de futuros professores de Matemática, que participaram no estudo de González e Pinto (2008), ao considerarem a construção e interpretação de gráficos uma tarefa fácil. Além disso, estes autores verificaram que os futuros professores tinham um conhecimento muito reduzido acerca do processo de ensino dos gráficos estatísticos e das dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem da Estatística e dos gráficos estatísticos. Em outros estudos, por exemplo, Fernandes et al. (2004), a percepção de facilidade é também afirmada por professores de Matemática relativamente ao tema da Estatística.

No presente estudo as conclusões obtidas confirmam a necessidade de alguma intervenção no processo de ensino e aprendizagem da Estatística, no que diz respeito à construção, leitura e interpretação de gráficos.

Tal intervenção deve ajudar a desenvolver um tipo de ensino que contribua para um maior conhecimento do conceito de gráfico e dos seus elementos, bem como da compreensão dos mesmos, pois, como refere Espinel et al. (2009), “um cidadão que não é capaz de ler um gráfico é um membro da sociedade que vive em desvantagem” (p. 151).

Concordando com Friel et al., (2001), para que tal aconteça, cabe ao professor ensinar os alunos a lidarem com diferentes tipos de gráficos e diferentes tipos de perguntas que promovam uma melhor compreensão dos mesmos, escolhendo o gráfico apropriado.

O tipo de actividades desenvolvidas na sala de aula e o modo como são trabalhadas são essenciais para uma total apropriação do conhecimento dos gráficos estatísticos. Como refere Carvalho (2001), cabe ao professor desenvolver “competências relacionadas com gráficos já que estas não surgem espontaneamente” (p. 33). Em consequência, somos da opinião, tal como Espinel et al. (2009), que no processo de ensino e aprendizagem se criem oportunidades aos alunos para construir, lerem e interpretar gráficos estatísticos em contextos que lhes sejam relevantes.

Sendo os gráficos o resultado da transformação de dados estatísticos numa outra forma de representação, que nos possibilitam desenvolver o raciocínio estatístico e contribuem para uma melhor compreensão dos conceitos estatísticos (Lee & Meletiou-Mavrotheris, 2003; Shaughnessy, 2007), é essencial que sejam pensadas e implementadas metodologias de ensino que enfatizem diferentes tipos de representações e questões dirigidas a diferentes níveis de compreensão (Curcio, 1989).

5.4. Recomendações para futuros estudos

Estando os gráficos tão fortemente presentes no nosso quotidiano e sendo considerados ferramentas matemáticas que prestam auxílio em diversas áreas sociais, é determinante que a construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos passe a ser considerada um conteúdo fundamental do currículo da Matemática.

No presente estudo, as respostas dadas pelos alunos ao conceito de Estatística, aos gráficos que conhecem e à utilidade dos gráficos parecem-nos ser um forte indicador de que estes domínios são pouco explorados no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Do mesmo modo, as produções dos alunos e as estratégias utilizadas por eles revelam-nos que são muitas as dificuldades relacionadas com a Estatística, sugerindo-nos, tal como Espinel et al. (2009), que se estude o ensino desta temática, em particular no que se refere à construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos.

Por outro lado, face aos erros revelados pelos alunos neste estudo e profusamente referidos na literatura (e.g., Aoyama, 2006; Carvalho, 2001; Cavalcanti et al., 2010; Curcio, 1987; Doig & Groves, 2001; Espinel et al., 2009; Friel & Bright, 1996; Ponte, 1984; Ruiz et al., 2009), somos levados a constatar que é necessário valorizar, no ensino da Estatística, o trabalho com gráficos na sala de aula de modo significativo e de acordo com a importância que têm na sociedade actual. Concordando com Wall e Benson (2009), tais dificuldades podem estar

relacionadas com o facto de se tratar de uma área do currículo da Matemática onde os professores sentem maior desconforto em ensinar.

Assim, ampliando o estudo aos professores, recomenda-se o aprofundamento da pesquisa deste tema, investigando as suas percepções sobre esta temática, as suas dificuldades e o tipo de ensino que é implementado na sala de aula, em particular no que diz respeito ao tipo de gráficos que são trabalhados e ao género de perguntas que são feitas sobre os mesmos.

BIBLIOGRAFIA

- Abrantes, P. (1994). *O Trabalho de projecto e a relação dos alunos com a matemática. A experiência do projecto Mat789*. Lisboa: APM.
- Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Abrantes, P., Silva, A., Veloso, E. & Profírio, J. (2005). O Currículo de matemática e as actividades de investigação. In H. M. Guimarães, A. Silva, J. P. Ponte, L. Santos, M. Abrantes, & P. Abrantes (Orgs.), *Intervenções em Educação Matemática* (pp. 33-47). Lisboa: APM.
- Agrupamento de Escolas de Refojos de Basto (2009). *Projecto Educativo*. Consultado em Outubro 20, 2009, em <http://www.eb23-cabeceiras-basto.rcts.pt/>.
- Ainley, J. (2000). Transparency in graphs and graphing tasks. An iterative design process. *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 365-384.
- Ainley, J. (2008). Reading the patterns in data: informal statistical reasoning. In A. Gomes (Eds.), *EME 2008 – Elementary Mathematics Education* (pp. 17-29). Braga: Universidade do Minho e Associação para a Educação Matemática Elementar.
- Almeida, M. R. (2002). *Imagens sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística*. Lisboa: IIE.
- APM (1998). *Matemática 2001: diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: Autor.
- Arteaga, P.; Batanero, C.; Díaz, C. & Cantreras, J. M. (2009). *UNIÓN – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18, 93-104.
- Aoyama, K. (2006). Investigating a hierarchy of students' graphs interpretations. *International Electronic Journal of Mathematics Education* 2 (3). Consultado em Junho 20, 2009, em <http://www.iejme.com/>
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15, 2-13. Consultado em Maio 22, 2009, em <http://www.ugr.es/local/batanero>.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Universidade de Granada. Consultado em Maio 22, 2009, em <http://www.ugr.es/local/batanero>.
- Biggs, J. B. & Collis, K. F. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behaviour. In H. Rowe (Eds.), *Intelligence: Reconceptualization and Measurement* (pp. 57-76). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

- Borrvalho, A. (2000). A Estatística no currículo. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Orgs.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 11-30). Lisboa: SPE, APM e FCUL.
- Branco, J. (2000). Estatística no secundário: ensino e seus problemas. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Orgs.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 11-30). Lisboa: SPE, APM e FCUL.
- Cavalcanti, M. R. (2010). *Como adultos e crianças compreendem a escala representada em gráficos*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Brasil. Consultado em Setembro 23, 2010, em http://www.gente.eti.br/edumatec/attachments/008_Milka%20Rossana%20Guerra%20Cavalcanti%20de%20Albuquerque.pdf.
- Cavalcanti, M. R., Natrielli, K. R. & Guimarães, G. L. (2010). Gráficos na Mídia Impressa. *Bolema*, 23(36), 733-751. Consultado em Setembro 23, 2010, em <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/4038/3275>.
- Carvalho, C. (2001). *Interacção entre pares. Contributo para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7.º ano de escolaridade* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Carvalho, C. (2009). Reflexões em torno do ensino e da aprendizagem da Estatística. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H., Martinho & P. F. Correia (Orgs), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na escola* (pp. 22-36). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Carvalho, C. & César, M. (2001). Aprender estatística através do trabalho colaborativo: dados referentes ao 7.º ano de escolaridade. In *Jornadas europees d'estadística. L'ensenyament i la difusó de l'estasitica* (pp. 403-417). Consultado em Julho 22, 2009, em http://www.caib.es/ibae/esdeveniment/jornades_10_01/doc/Artigo%20Espanha.doc.
- Cobb, P. (1999). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning*, 1, 4-43.
- Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts*. London: HMSO. Consultado em Março 20, 2010, em <http://www.educationengland.org.uk/>.
- Cohen, L. & Manion, L. (1990). *Métodos de Investigación Educativa*. Madrid: La Muralla.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal For Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.

- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension: elementary and middle school activities*. Reston, VA: NCTM.
- Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (2009). Organização e tratamento de dados. Consultado em Setembro 1, 2009, em http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/organizacao03.htm.
- DFEE (1999). *The National Curriculum for England*. London: DFEE. Consultado em Junho 1, 2009, em <http://curriculum.qcda.gov.uk/index.aspx>.
- Doig, B. & Groves, S. (1999). Putting meaning behind bars: Children's interpretations of bar graphs. *Annual Meeting of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education*, Melbourne, Australia, November 29-December 2, 1999. Consultado em Maio 15, 2010, em <http://www.aare.edu.au/99pap/gro99317.htm>.
- Espinel, C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Investigación en Educación Matemática*, 11, 99-119.
- Espinel, M. C. & Bruno, A. (2005). Recta numérica, escalas y gráficas estadísticas: un estudio con estudiantes para profesores. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemáticas*, 8, 57-85.
- Espinel, M. C., González, M. T., Bruno, A. & Pinto, J. (2009). Las gráficas estadísticas. In L. Serrano (Eds.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp.57-74). Málaga: Gráficas San Pancrancio.
- Fernandes, J. A. (2009). Ensino e aprendizagem da estatística: realidades e desafios. In C. Costa, E. Mamede & F. Guimarães, F. (Orgs.), *Actas do XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática*. Vila Real: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação [CD-ROM].
- Fernandes, A. J., Carvalho, C. & Ribeiro, S. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de Estatística: um exemplo no 7.º ano de escolaridade. *Revista Zetetiké*, 15(28), 27-61.
- Fernandes, J. A., Sousa, M. V. & Ribeiro, S. A. (2004). *O Ensino de Estatística no Ensino Básico e Secundário: Um estudo exploratório*. In J. A. Fernandes, M. V. Sousa & S. A. Ribeiro (orgs.), *Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística – Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 165-193). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho. Consultado em Maio 22, 2009, em <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/4151?mode=full>.

- Friel, S. & Bright, G. (1995). *Graph knowledge: Understanding how students interpret data using graphs*. Paper presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 17th, Columbus, OH, October, 1995. Consultado em Maio 22, 2009, em <http://eric.ed.gov/PDFS/ED391661.pdf>.
- Friel, S. & Bright, G. (1996). *Building a theory of graphicacy: How do students read graphs?* Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New York, NY, April 8-12, 1996. Consultado em Maio 22, 2009, em <http://eric.ed.gov/PDFS/ED395277.pdf>.
- Friel, S., Curcio, F. & Bright, G. (2001). Making Sense of Graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Fox, D J. (1987). *El proceso de investigación en educación*. Pamplona: Ediciones Universidad de Navarra.
- Gal, I. (1998). Assessing statistical knowledge as it relates to students' interpretation of data. In S. P. Lajoie (Ed.), *Reflections on statistics: learning, teaching, and assessment in K-12* (pp. 275-295). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gal, I. & Garfield, J. (1997). Curricular goals and assessment challenges in statistics and education. In I. Gal & J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 1-13). Amsterdam: IOS Press.
- Gall, M. D., Gall, J. P. & Borg, W. R. (2003). *Educational research: An introduction*. New York: Longman Publishers USA.
- Garfield, J. & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 44-63.
- GAVE (n. d.). Banco de Itens. Consultado em Setembro 10, 2009, em <http://bi.gave.min-edu.pt/bi/3eb/802/>.
- González, M. T. & Pinto, J. (2008). Conceptions of four pre-service teachers on graphical representation. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey Mexico: International Commission on Mathematical Instruction and

- International Association for Statistical Education. Consultado em Outubro 20, 2010, em http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/.
- Holmes, P. (2000). What sort of statistics should be taught in schools – and why? In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Orgs.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 11-30). Lisboa: SPE, APM e FCUL.
- Landwehr, J. M. & Watkins A. E. (1996). *Exploring data: teacher's edition*. Palo Alto, CA: Dale Seymour.
- Lee, C. & Maletiou-Mavrotheris, M. (2003). *Some difficulties of learning histograms in introductory statistics*. Joint Statistical Meetings – Section on Statistical Education. Consultado em Fevereiro 15, 2010, em <http://scholar.google.pt/scholar?q=carl+Lee%2C+2003&hl=pt-PT&btnG=Pesquisar&lr>.
- Lessard-Hérbert, M., Goyette, G. & Boutin, G. ((1994). *Recherche Qualitative: fondamentaux et pratiques*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Lüdke, M. & André, M. (1986). *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: Editora Pedagógica e Educativa.
- Meira, L. (1998). Making sense of instructional devices: the emergence of transparency in mathematical activity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29 (2), 121-142.
- Ministério da Educação (1990). *Organização Curricular e Programas do Ensino Básico – 1.º ciclo*. Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (1991a). *Programa de Matemática: plano de organização do ensino-aprendizagem. Ensino básico, 2.º ciclo* (Vol. II). Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (1991b). *Programa de Matemática: plano de organização do ensino-aprendizagem. Ensino básico, 3.º ciclo* (Vol. II). Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (2001a). *Programa de Matemática A 10.º ano*. Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (2001b). *Programa de Matemática B*. Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (2001c). *Programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais*. Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (2002). *Programa de Matemática A – 12.º ano*. Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Autor.
- Monteiro, C. & Ainley, J. (2004). Critical sense in interpretations of media graphs. *XXVIII Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. III) (pp. 361-368). Consultado em Janeiro 25, 2010, em

http://www.emis.ams.org/proceedings/PME28/RR/RR086_Monteiro.pdf

Monteiro, C. (1999). Interpretação de gráficos: Actividade social e conteúdo de ensino. *Anais da XXII Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação*, Caxambu, Brazil. Consultado em Outubro 23, 2009, em

http://www.seed.pr.gov.br/portals/roteiro pedagogico/publicacao/4357_Texto_Monteiro.pdf.

Monteiro, C. (n. d.). *Investigando o senso crítico na interpretação de gráficos entre professores na formação inicial*. Consultado em Janeiro 10, 2010, em

http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_29/investigando.pdf.

Monteiro, C. & Ainley, J. (2006). Student teachers interpreting media graphs. In A. Rossman & B. Chance (Ed.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics* (ICOTS8, July, 2010), Salvador (Bahia), Brazil, 2-7 July 2006. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Consultado em Janeiro 25, 2010, em

http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/2G1_MONT.pdf

Monteiro, C. & Selva, A. C. V. (2001). Investigando a atividade de interpretação de gráficos entre professores do ensino fundamental. *Anais da XXIV Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação*, Caxambu, Brazil. Consultado em Setembro 20, 2010, em

http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/investigando.pdf.

Moore, D. S. (1991). *Statistics: Concepts and controversies*. New York: W. H. Freeman.

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE. (Obra original em Inglês, publicada em 1989.)

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da matemática*. Lisboa: APM e IIE. (Obra original em Inglês, publicada em 1991.)

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE. (Obra original em Inglês, publicada em 2000.)

Programme for International Student Assessment (2003). *Conceitos Fundamentais em Jogo na Avaliação da Literacia Matemática*. Consultado em Setembro 1, 2009, em http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=33&fileName=pisa_2003_lite_matem.pdf

Ponte, J. P. (1984). *Function reasoning and the interpretation of cartesian graphs*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Geórgia, 1984). Lisboa: APM.

- Ponte, J. P., Brocardo, J. & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Ponte, J. P. & Fonseca, H. (2001). Orientações curriculares para o ensino da Estatística: análise comparativa de três países. *Quadrante*, 10(1), 93-115.
- Ruiz, B.; Arteaga, P. & Batanero, C. (2009). Competencias de futuros profesores en la comparación de datos. In L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp. 57-74). Málaga: Gráficas San Pancrácio.
- Silva, A. A. (2006). *Gráficos e mapas: representação de informação estatística*. Lisboa: LIDEL Edições Técnicas.
- Snee, R. D. (1993). What's missing in statistical education? *The American Statistician*, 47(2), 149-154.
- Shaughnessy, J. M. (1996). Discussion: empirical research on technology and teaching statistics. In J. B. Garfield & G. Burrill (Eds.) *Research on the Role of Technology in Teaching and Learning Statistics* (pp. 217-219). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on Statistics Learning and Reasoning. In F. Lester (Eds.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 957-1009). Greenwich, CT: Information Age Publishing, Inc and NCTM.
- Shaughnessy, J. M., Garfield, J., & Greer, B. (1996). Data handling. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Labord (Eds.), *International handbook of mathematics education* (Vol. I, pp. 205-237). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Sousa, O. (2002). *Investigações estatísticas no 2.º ciclo do ensino básico*. (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa, Lisboa). Consultado em Maio 20, 2009, em <http://ia.fc.ul.pt/>.
- Spence, I., & Lewandowsky, S. (1990). Graphical perception. In J. Fox & J. S. Long (Eds.), *Modern methods of data analysis* (pp. 13-57). Newbury Park, CA: Sage.
- Varandas, J. M. & Nunes, P. (1998). Actividades de Investigação: Uma Experiência no 10.º ano. In Comissão Organizadora do ProfMat98 (Orgs.), *Actas do ProfMat 98* (pp. 175-178). Lisboa: APM.
- Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher*, 21(1), 14-23.
- Wainer, H. (2005). Graphical Presentation of Longitudinal Data. *Encyclopedia of Statistics in*

- Behavioral Science*. John Wiley & Sons, Ltd. Consultado em Maio 25, 2009, em <http://www.wiley.com/legacy/wileychi/eosbs/pdfs/bsa261.pdf>
- Wall, J. J. & Benson, C. C. (2009). So many graphs, so little time. *Mathematics Teaching In the Middle School*, 15(2), 82-91.
- Wallgren, A., Wallgren, B, Persson, R., Jorner, U., Haaland, J. (1996). *Graphing statistics & data: Creating better charts*. California: SAGE Publications.
- Wielewski, S. A. (2008). *Pensamento instrumental e pensamento relacional na educação Matemática*, Tese de Doutorado, Universidade Católica de S. Paulo, Brasil.
- Consultado em Setembro 15, 2009, em http://www.pucsp.br/pos/edmat/do/tese/sergio_antonio_wielewski.pdf
- Wu, Y. (2004). *Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs*.
- Consultado em Maio 15, 2010, em <http://scholar.google.pt/scholar?q=Singapore+Secondary+School+Students%E2%80%99+Understanding+of+Statistical+Graphs&hl=pt-PT&lr=>

ANEXOS

ANEXO I

Pedido de autorização à Directora da escola para aplicação do teste

Exma. Sra. Directora da Escola Básica de Cabeceiras de Basto

Eu, Paula Cristina Cunha Cardeal Morais, venho por este meio solicitar a V. Ex.^a autorização para aplicar numa aula de 90 minutos de Estudo Acompanhado/ Área de Projecto ou de Matemática algumas tarefas estatísticas, no âmbito da realização do estudo intitulado “Construção e Interpretação de Gráficos em Estatística por alunos do 9.º ano de escolaridade”. Este estudo integra-se na minha Dissertação de Mestrado em Ciências da Educação, área de especialização em Supervisão Pedagógica na Educação Matemática, sob a orientação do Doutor José António Fernandes, da Universidade do Minho.

Atendendo ao crescente aumento da importância da Estatística e à quantidade de informação estatística que aparece na comunicação social, o presente estudo assume uma importância especial ao contribuir para aprofundar o conhecimento sobre se os nossos jovens terminam a escolaridade obrigatória com conhecimentos que lhes permitam raciocinar com e através de dados. Mais especificamente, a falta de estudos sobre esta problemática, sobretudo no nosso país, motivou-nos investigar os erros e as dificuldades que os alunos sentem na construção e interpretação de gráficos estatísticos no final do ensino básico.

Certa da melhor atenção que o presente pedido merecerá por parte de V. Exa., subscrevo-me com os melhores cumprimentos.

Cabeceiras de Basto, 26 de Outubro de 2009.

A Professora

(Paula Cristina Cunha Cardeal Morais)

ANEXO II

Pedido de autorização aos Encarregados de Educação para aplicação do teste

Exmo. Sr. Encarregado de Educação

No âmbito do Mestrado em Ciências da Educação, área de especialização em Supervisão Pedagógica na Educação Matemática, da Universidade do Minho, estou a desenvolver um estudo intitulado “Construção e Interpretação de Gráficos em Estatística por alunos do 9.º ano de escolaridade”. A pertinência deste trabalho deve-se ao crescente aumento da importância da Estatística e à quantidade de informação estatística que aparece na comunicação social, sendo essencial que os nossos jovens terminem a escolaridade obrigatória com conhecimentos que lhes permitam raciocinar com essa informação. Mais especificamente, pretendemos investigar os erros e as dificuldades sentidas pelos alunos na construção e interpretação de gráficos estatísticos no final do ensino básico.

Para este efeito, preciso de recolher dados em duas aulas da área curricular de Matemática, Área de Projecto ou Estudo Acompanhado, no início do segundo período, sobre o trabalho dos alunos na resolução de tarefas estatísticas que envolvem a construção e interpretação de gráficos, que serão objecto de análise posterior. Pretendo, também, realizar uma entrevista, em horário extracurricular, de modo a clarificar um ou outro aspecto menos explícito nas resoluções. As entrevistas serão gravadas em áudio.

Assim, tendo em vista a realização da investigação, solicito a sua autorização para proceder à recolha de dados atrás descrita, comprometendo-me desde já a garantir o anonimato dos alunos e a confidencialidade dos dados obtidos, que apenas serão usados no âmbito da investigação.

Agradecendo a colaboração de V. Exa., solicito-lhe ainda que preencha e assine a autorização que se segue, devendo depois destacá-la e devolvê-la através do seu educando.

Com os meus cumprimentos,

Cabeceiras de Basto, 8 de Novembro de 2009

(Dra. Paula Cristina Cunha Cardeal Moraes)

.....

Autorizo o meu educando _____, N.º _____, Turma _____ do 9.º Ano, a participar no estudo de investigação “Construção e Interpretação de Gráficos em Estatística por alunos do 9.º ano de escolaridade”, nos termos acima referidos.

Data _____

Assinatura _____

ANEXO III

Teste

Caro/a estudante

No âmbito do Mestrado em Ciências da Educação, área de especialização em Supervisão Pedagógica na Educação Matemática, da Universidade do Minho, estou a desenvolver um estudo intitulado “Construção e interpretação de gráficos em Estatística por alunos do 9.º ano de escolaridade”. Para este efeito, preciso de recolher dados sobre o trabalho dos alunos na resolução de tarefas estatísticas que envolvem a construção e interpretação de gráficos, que serão objecto de análise posterior.

Assim, tendo em vista a realização da investigação, venho solicitar a tua cooperação empenhada na resolução das tarefas agradecendo, desde já, a tua colaboração. Pela minha parte comprometo-me a não fazer uso dos dados fornecidos a não ser para fins da investigação e sempre na forma de anonimato.

Muito obrigada pela colaboração

(Paula Cristina Morais)

Nome: _____ Turma: _____

Idade: _____ Sexo: ☐ Masculino ☐ Feminino

Qual a nota que tiveste a Matemática no final do 7.º _____ E no final do 8.º ano?

O que é para ti a Estatística?

Que tipos de gráficos estatísticos conheces?

Qual a utilidade dos gráficos estatísticos?

TAREFA 1: As idades dos alunos de uma turma do 9.º ano

No início do ano lectivo, o Tiago e a Luísa tiveram curiosidade em conhecer as idades dos colegas de turma, do 9.º ano, distinguindo os rapazes das raparigas, como se indica no quadro seguinte.

Sexo	Idade
Feminino	14
Masculino	13
Feminino	14
Feminino	14
Feminino	15
Masculino	14
Masculino	14
Feminino	14
Feminino	13
Masculino	15
Feminino	15
Feminino	16
Masculino	15
Feminino	16

Sexo	Idade
Feminino	13
Masculino	14
Feminino	13
Feminino	14
Masculino	13
Feminino	14
Feminino	13
Feminino	15
Masculino	16
Feminino	15
Feminino	13
Masculino	16
Masculino	15
Feminino	14

- a) Constrói o gráfico que consideras mais apropriado para representar as idades dos alunos da turma.

- b)** Constrói o gráfico que consideras mais apropriado para comparar as idades dos alunos do sexo feminino com as idades dos alunos do sexo masculino da turma.

TAREFA 2: Tempo médio de vida de alguns animais¹

No quadro seguinte indica-se o tempo médio de vida, em anos, de 21 animais.

Animal	Tempo médio de vida (anos)
Galinha	8
Pato	10
Marmota	7
Coelho	7
Canguru	5
Esquilo	9
Raposa	9
Lobo	11
Gato	11
Cão	11
Leão	10

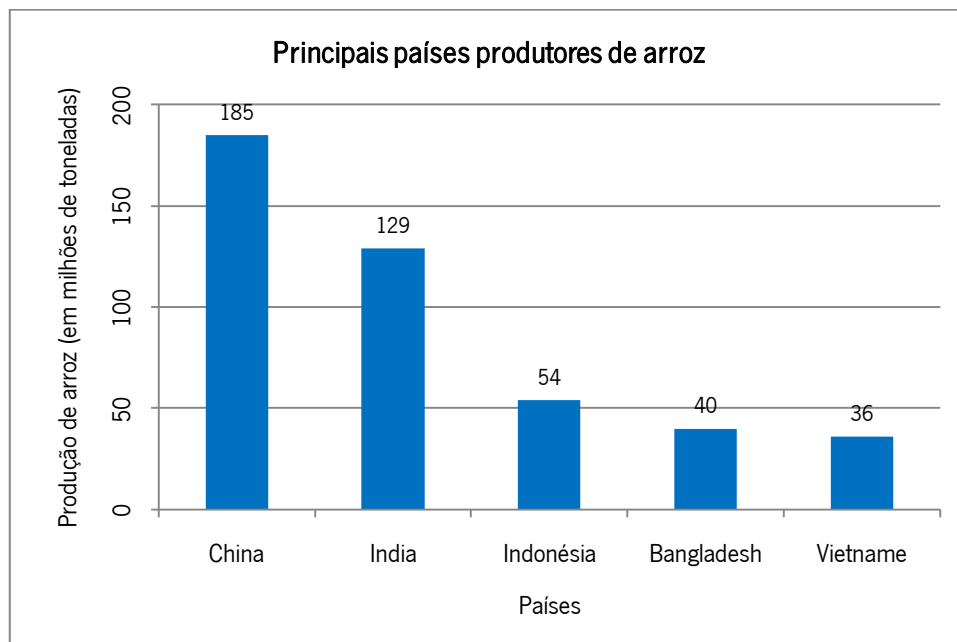
Animal	Tempo médio de vida (anos)
Porco	10
Cabra	12
Ovelha	12
Macaco	14
Urso	23
Hipopótamo	30
Veado	13
Vaca	11
Cavalo	23
Elefante	35

Constrói o gráfico que consideras mais apropriado para representar os tempos médios de vida dos 21 animais.

¹ Adaptada de Landwehr & Watkins (1996), publicada no livro *Exploring data: Teacher's edition*.

TAREFA 3: Principais países produtores de arroz

Em 2005 foram produzidos 619 milhões de toneladas de arroz em todo o mundo. O gráfico de barras que se segue apresenta, em **milhões de toneladas**, a produção dos principais países produtores de arroz.



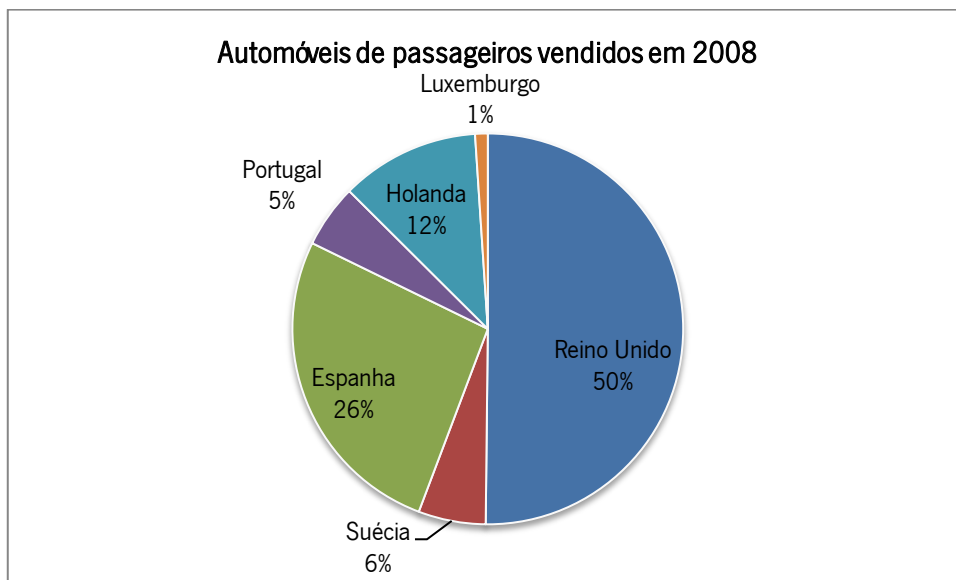
2

- a) Em 2005, que quantidade de arroz produziu a Indonésia?
- b) Qual a percentagem de arroz produzido pela Índia em 2005?
- c) O Brasil também é produtor de arroz. Em 2005, a produção brasileira foi, aproximadamente, 7% da produção chinesa.
- A produção brasileira representa mais ou menos do que 5% da produção mundial de arroz? Justifica a tua resposta.

² Adaptada de uma actividade que consta da brochura *Organização e Tratamento de Dados* da DGIDC

TAREFA 4: Automóveis vendidos em 2008

No gráfico circular seguinte estão representadas as percentagens de automóveis vendidos em alguns países da Europa. Sabe-se que, em 2008, no Reino Unido foram vendidos 2 131 794 automóveis. Analisa o gráfico e responde às questões que se seguem.

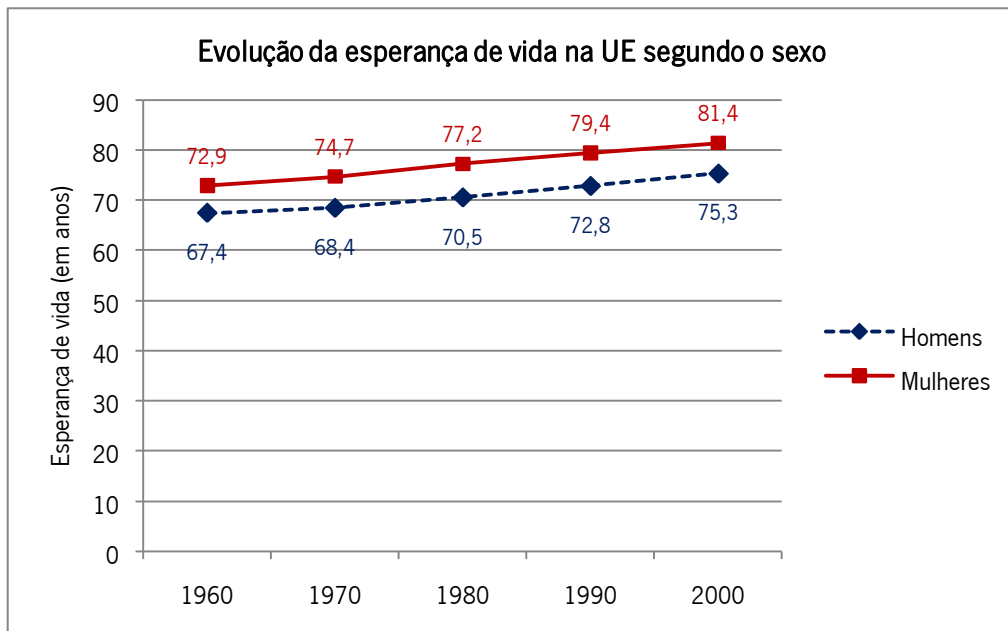


- a) Qual a percentagem de automóveis vendidos em Portugal?
- b) Quantos automóveis foram vendidos em Portugal?
- c) O número de automóveis vendidos em Espanha é superior ou inferior a 50% do número de automóveis vendidos no Reino Unido?³
- d) Sendo o Luxemburgo considerado um país rico, por que é que o número de automóveis vendidos é o menor de todos? Indica uma justificação possível para esta situação.

³ Retirada do *Banco de Itens* do Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE)

TAREFA 5: Esperança de vida

No gráfico seguinte está representada a esperança de vida, à nascença, de homens e mulheres da UE (União Europeia) entre 1960 e 2000.



- a) Observando o gráfico, o que podes concluir acerca da esperança de vida, à nascença, na UE?

4

- b) Determina um valor representativo da esperança de vida, à nascença, dos homens e outro da esperança de vida das mulheres, tendo em vista comparar a esperança de vida, à nascença, dos homens com a das mulheres no período entre 1960 e 2000.

- c) Como explicas a evolução da esperança de vida, à nascença, na UE, entre 1960 e 2000?

⁴ Retirada do *Banco de Itens* do Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE)